

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Aleksandrs SISOJEVS

3D SCĒNU VIZUALIZĒŠANA

Promocijas darba kopsavilkums

Rīga 2011

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE
Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultāte
Datorvadības, automātikas un datortehnikas institūts

Aleksandrs SISOJEVS
Automātika un datortehnika doktora programmas "Attēlu apstrāde un datorgrafika,
datortehnika un tīkli" virziena doktorants

3D SCĒNU VIZUALIZĒŠANA

Promocijas darba kopsavilkums

Zinātniskais vadītājs
Dr. habil. sc. ing., profesors
A. GLAZS

Rīga 2011

UDK 004.92(043.2)
Si 866 t

Sisojevs A. 3D scēnu vizualizēšana. Promocijas darba kopsavilkums.-R.:RTU, 2011.-38. lpp.

Iespiests saskaņā ar DAD institūta 2011.gada 4.marta lēmumu, protokols Nr.98

Šis promocijas darbs izstrādāts ar Eiropas Sociālā fonda atbalstu Nacionālās programmas „Atbalsts doktorantūras programmu īstenošanai un pēcdoktorantūras pētījumiem” projekta „Atbalsts RTU doktorantūras attīstībai” ietvaros

ISBN

**PROMOCIJAS DARBS
IZVIRZĪTS INŽENIERZINĀTŅU DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI
RĪGAS TEHNISKAJĀ UNIVERSITĀTĒ**

Promocijas darbs inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai tiek publiski aizstāvēts 2011.g. 10. oktobrī Rīgas Tehniskās universitātes Datorzinātnes un informācijas tehnoloģijas fakultātē, Meža ielā 1/3, 202. auditorijā.

OFICIĀLIE RECENZENTI

Profesors, Dr.habil.sc.ing. Jurijs Merkurjevs
Rīgas Tehniskā universitāte

Profesors, Dr.habil.sc.ing. Jevgeņijs Kopitovs
Transporta un sakaru institūts, Latvija

Asociētais profesors, Inženierzinātņu doktors Vytenis Punys
Kauņas Tehnoloģiskā Universitāte, Lietuva

APSTIPRINĀJUMS

Apstiprinu, ka esmu izstrādājis doto promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai Rīgas Tehniskajā universitātē inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai. Promocijas darbs nav iesniegts nevienā citā universitātē zinātniskā grāda iegūšanai.

Aleksandrs Sisojevs(Paraksts)

Datums:

Promocijas darbs ir uzrakstīts latviešu valodā, satur ievadu, 4 nodaļas, secinājumus, literatūras sarakstu, 6 pielikumus, 43 zīmējumus un ilustrācijas, kopā 180 lappuses. Literatūras sarakstā ir 129 nosaukumi.

SATURS

1. VISPĀRĪGS DARBA RAKSTUROJUMS.....	5
1.1. Pētījuma pamatojums	5
1.2. Promocijas darba mērķis un uzdevumi.....	6
1.3 Promocijas darba zinātniskais jaunieguvums un autora ieguldījums	6
1.4. Promocijas darba struktūra	7
2. PROMOCIJAS DARBA NODAĻU SATURA IZKLĀSTS.....	8
2.1. Mūsdienu vizualizēšanas metodes un brīvas formas parametriskas virsmas matemātiska notācija	8
2.2. Mūsdienu metodes parametriskas brīvas formas virsmas augstas kvalitātes vizualizēšanai.....	9
2.3. Piedāvātās 3D objektu vizualizēšanas metodes izmantojot parametrisko brīvo formu virsmu staru trasēšanu un 3D objektu modelēšanas metodes.....	11
2.4. 3D objektu parametrisko brīvo formu virsmu modelēšanas un vizualizēšanas metodes praktiskais pielietojums	20
3. PROMOCIJAS DARBA GALVENIE REZULTĀTI UN SECINĀJUMI.....	28
4. DARBA APROBĀCIJA	29
4.1. Uzstāšanās konferencēs	29
4.2. Publikācijas.....	30
5. LITERATŪRA	31

1. VISPĀRĪGS DARBA RAKSTUROJUMS

1.1. PĒTĪJUMA PAMATOJUMS

Trīsdimensijas (3D) brīvas formas objektu vizualizēšana (jeb renderēšana) ir uzskatāma par vienu no aktuālākajām problēmām dažādās nozarēs, piemēram, medicīnā, mašīnbūvē, dizainā utt.. Ir uzdevumi, kur ļoti svarīgi iegūt reāla objekta un/vai projekta 3D attēlojumu. Šādi uzdevumu risināšanai ir nepieciešama objekta vizualizēšana balstoties uz objekta 3D brīvas formas matemātisko modeli.

Šajā gadījumā 3D objekta vizualizēšanas uzdevums tiek dalīts divās daļās:

- brīvas formas objekta 3D matemātiska modeļa attēlošana izmantojot vizualizēšanas algoritmu (jeb renderēšana);
- brīvas formas objekta 3D matemātiska modeļa izveide izmantojot matemātisko aprakstu, kas ir nepieciešams vizualizēšanai.

Viena no galvenajām problēmām mūsdienu 3D datoru grafikā ir objektu attēlu iegūšana ar labu kvalitāti. Klasiskās poligonālās grafikas metodes netiek galā ar šo uzdevumu, tāpēc, ka strādā tikai ar objektu interpolācijām, bet ne ar precīziem matemātiskajiem aprakstiem. Šajā gadījumā objekti tiek uzdoti ar poligonālo tīklu, kas ved uz attēlojamā objekta precizitātes zaudējumiem. Lai iegūtu attēlu ar augstu kvalitāti nepieciešams izmantot 3D virsmu vizualizēšanas metodes, kuras strādā ar precīziem objektu aprakstiem un, pēc iespējas, maksimāli precīzi realizē vizuālo efektu (apgaismošana, teksturēšana u.c.). Vizualizēšanas metode, kura atbilst izvirzītajām prasībām ir staru trasēšana. Tāpēc pētīšanas objekts darbā ir metožu izstrāde un realizācija, ar kuru palīdzību var izveidot brīvas formas objektus un realizēt vizuālos efektus, izmantojot staru trasēšanu.

Lai izveidot 3D modeli jāapraksta brīvas formas virsmu, ko var realizēt izmantojot parametriskas brīvas formas virsmas matemātisko aparātu, kurš balstās uz splaina polinomu bāzi. Ļoti izplatīti un populāri tādi splaina modeļi kā Bezijs virsmas un B-splaina virsmas ar to tālāko attīstību – NURBS (angl: *Non-Uniform Rational B-Spline*, latv: neviendabīgais racionālais B-splains) virsmām. Šajā gadījumā virsma izveidojas pie parametru izmaiņas noteiktā diapazonā.

Staru trasēšanas gadījumā nepieciešams risināt atgriezenisko uzdevumu: atrast parametru vērtības stara objekta virsmu saskarnes punktā. Šo uzdevumu risinājums, dotā kontekstā, ir parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanas uzdevuma risinājums.

Promocijas darba tēmas aktualitāte ir saistīta ar pēdējos gados vērojamiem centieniem parādīt parametriskas brīvas formas virsmas modelēšanas un vizualizēšanas procesu pirmkārt – iegūt vizualizējamā objekta precīzu un kvalitatīvu attēlu un otrkārt – samazināt iegūstamā objekta attēla ģenerēšanas laiku.

Kā bija rakstīts augstāk, efektīva parametriskās brīvas formas virsmas vizualizēšanas metode ir staru trasēšana. Stara virsmas krustošanās punkta atrašanās uzdevuma fundamentālais matemātiskais pamatojums bija publicēts 1982. gadā [49]. Turpmākajos gados bija veikti daži mēģinājumi risināt šo uzdevumu priekš dažiem parametriskās brīvas formas virsmas modeļiem. 1990. gadā [66] bija piedāvāts algoritms stara-racionālas Bezijs virsmas krustošanās punkta tiešai meklēšanai. 2000. gadā [62] bija piedāvāts algoritms stara-NURBS virsmas krustošanās punkta tiešai meklēšanai. Visi pārējie darbi (piemēram [26] un [112]) ir [66] un [62] vai nu kombinācijas, vai nu modifikācijas. Pēdējais no tiem ir 2009.gada publikācija [77]. No esošo algoritmu trūkumiem jāatzīmē sekojošus aspektus: arī Nišitas metode [66] nenodrošina korektu rezultātu dažos īpašos gadījumos un Jefremova modifikācijas [26] nerisina šo problēmu pilnā mērā (piemēram, stara krustošanās ar virsmu dažos punktos, nevis vienā punktā). Savukārt Martina metode [62] strādā ar ieejas datiem vektoru veidā, kas palielina aprēķinu apjomu, kas vērojami palielina izskaitļošanas apjomu.

Sakarā ar to rodas pirmais uzdevums – atrast iespēju meklēt stara-parametriskas virsmas krustošanās punktu tiešā veidā ar algoritmu, kurš dod augstas kvalitātes attēlu, ir viegls programmas realizācijā, strādā ar skalāriem datiem un prasa mazāku darba laiku uzdevumu risināšanai.

Ņemot vērā, ka brīvas formas virsmas vizualizēšana ir aktuāls uzdevums tehniskas projektēšanas nozarē promocijas darba ietvaros jāveic salīdzinošu analīzi ar eksistējošiem datorizētās projektēšanas sistēmām (CAD-sistēmām), brīvas formas objektu vizualizēšanas jautājumā. Promocijas darba ietvaros izpētītas eksistējošas CAD – sistēmas brīvas formas virsmas vizualizēšanas iespējas balstoties uz Autodesk AutoCAD 2010 un Siemens SolidEdge ST3 datorizētās projektēšanas sistēmām. Eksperimenta ietvaros tika izmantota reāla objekta (mašīnbūves detaļa) matemātiskais modelis, kurš aprakstīts kā racionālo brīvas formas gabalvirsmu kopa.

Nākamā uzdevumu daļa ir saistīta ar objektu 3D modeļa izveidi. Promocijas darba ietvaros izpētītas reālo objektu modelēšanas iespējas izmantojot sekojošas metodes: lokāla virsmas interpolācija, globāla virsmas interpolācija un virsmas aproksimācija balstoties uz virsmas izveidi ar līknēm. Uzdevumu praktiska aktualitāte ir 3D modeļa izveide izmantojot brīvas formas virsmas, lai korektāk un precīzāk aprakstīt interesējošu reālu objektu. Arī aktuālais uzdevums ir iegūtā modeļa tilpuma izskaitļošana ar augstu precizitātes līmeni, vēlams ar absolūtu precizitāti. Promocijas darba ietvaros kā reālā praktiskā objektu izveides piemērā tika izmantots uzdevums, kurš rodas no medicīnas inženierijas problēmām un saistīts ar medicīnas objektu 3D modelēšanu ar sekojošu ģeometrisku analīzi, vispirms interesējoša objekta tilpuma noteikšanai.

1.2. Promocijas darba mērķis un uzdevumi

Darba mērķis ir izstrādāt matemātiskās metodes un algoritmu parametriskas brīvas formas virsmas augstas kvalitātes vizualizēšanai (ņemot vērā esošās vizualizēšanas algoritmu trūkumus) un reālo objektu 3D ģeometriskai modelēšanai ar iespēju izskaitļot iegūtā modeļa tilpumu, tās praktiski realizēt programmatūras sistēmā un veikt izstrādātās sistēmas eksperimentālu pārbaudi.

Promocijas darba mērķa sasniegšanai ir izvirzīti šādi **darba uzdevumi**:

- parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanas metodes izstrāde;
- parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanas metodes praktiska realizācija;
- reālo 3D objektu modelēšanas un tilpuma noteikšanas matemātiskas metodes un algoritmu izstrāde un to praktiska realizācija;
- izstrādātās vizualizēšanas un modelēšanas metodes eksperimentāla pārbaude, parādot tās praktiskās pielietojšanas iespējas;

Pētījumu veikšanai izmantotās metodes

Šajā darbā teorētisko pētījumu veikšanai ir izmantota 3D datorgrafikas teorija, vizualizēšanas teorija, optimizācijas teorija, ģeometriska modelēšana, vektoru analīze.

1.3 Promocijas darba zinātniskais jaunieguvums un autora ieguldījums

Izstrādātā promocijas darba galvenais zinātniskais jaunieguvumi:

1. Izstrādātas neracionālo parametrisko brīvo formu virsmu vizualizēšanas staru trasēšanā matemātiskas metodes un algoritmi, izmantojot staru-virsmas krustošanās punkta atrašanās uzdevumu transformāciju uz optimizācijas uzdevumu. Lai risinātu šo uzdevumu tiek piedāvāta jauna metode, kura sastāv no divām daļām: iepriekšēja parametru meklēšana un parametru precizēšana balstoties uz optimizācijas metodēm. No iepriekš zināmiem algoritmiem ([66], [62]) tas atšķiras ar samazinātu

2. Izstrādāta racionālo parametrisko brīvo formu virsmu vizualizēšanas staru trasēšanas matemātiskā metode un algoritms, izmantojot staru-virsmas krustošanās punkta atrašanās uzdevumu skaitlisko risinājumu. No iepriekš zināmas Martinas metodes [62] tas atšķiras ar samazinātu matemātiskas darbības apjomu un kā rezultāts – samazinās piedāvātās metodes darbības laiks;
3. Izstrādāta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metode balstoties uz lokālas virsmas interpolācijas metodi. Šī metode balstās uz Kunsa virsmas modeli;
4. Izstrādāts 3D modeļa tilpumu noteikšanas algoritms, kurš balstās uz analītiskas integrālas izskaitļošanas metodes. No iepriekš zināmiem algoritmiem tas atšķiras ar to, ka modeļa tilpumu ir iespējams izskaitļot ar absolūtu precizitāti un tā rezultātā ir iespējams samazināt reāla objekta tilpuma novērtēšanas kļūdu;
5. Izstrādāta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metode balstoties uz globālas virsmas interpolācijas metodi ar B-splaina virsmas palīdzību;
6. Izstrādāta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metode balstoties uz virsmas izveidi ar parametriskām līknēm. No iepriekš zināmām metodēm tās atšķiras ar to, ka virsmas izveide ir iespējama balstoties uz topoloģiski neortogonālu datu struktūru.

Darba praktiskā vērtība

Darba praktiskā vērtība ir izstrādātās neracionālas un racionālas parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanas metodes staru trasēšanā un realizētais vizualizēšanas sistēmas prototips. Parādīta izstrādāto vizualizēšanas metožu efektivitāte un priekšrocības salīdzinājumā ar esošajām datorizētam projektēšanas (CAD) sistēmām uz Autodesk AutoCAD 2010 un Siemens Solid Edge ST3 piemēriem. Izstrādāta reāla 3D objekta modelēšanas metode, kura aprobēta uz medicīnas objektu piemēra, izstrādāts 3D ģeometriskās modelēšanas tilpuma izskaitļošanas algoritms analītiskā veidā, kā arī realizēts 3D ģeometriskās modelēšanas sistēmas prototips. Minēto metožu implementācija ļauj efektīvi nodrošināt 3D objektu, modelēto ar parametrisko brīvas formas virsmu kopu, augstas kvalitātes vizualizēšanu, kā arī reālo 3D objektu efektīvu ģeometrisko modelēšanu.

1.4. Promocijas darba struktūra

Promocijas darbs sastāv no ievada, 4 nodaļām, secinājumiem, 6 pielikumiem un literatūras avotu saraksta. Darbs rakstīts latviešu valodā.

Ievadā ir pamatota izvēlētās tēmas aktualitāte, noformulēts pētījumu mērķis un uzdevumi, uzskaitītas promocijas darba izstrādē lietotās zinātniskās metodes, aprakstīts pētījumu zinātniskais jauniegūvums un darbā iegūto rezultātu praktiskā vērtība, kā arī sniegts darba aprobācijas raksturojums.

Promocijas darba 1. nodaļā "Mūsdienu vizualizēšanas metodes un brīvas formas parametriskas virsmas matemātiska notācija" ir veikts apskats ar mērķi identificēt esošo 3D ģeometriskās modelēšanas un vizualizēšanas metodes trūkumus un vispārīgā līmenī definēt prasības augstas kvalitātes vizualizēšanai un 3D ģeometriskās modelēšanas metodēm. Kā arī veikta vizualizēšanas metožu salīdzinoša analīze un pamatota brīvas formas virsmas modelēšanas notācija un vizualizēšanas metodes (staru trasēšana) izvēle.

Promocijas darba 2. nodaļā "Mūsdienu metodes parametriskas brīvas formas virsmas augstas kvalitātes vizualizēšanai" ir apskatītas eksistējošas algoritmiskas metodes parametriskas brīvas formas virsmas augstas kvalitātes vizualizēšanas metodes staru trasēšanā, kā arī veikta kritiska salīdzināšanas analīze un identificēti esošo metožu trūkumi.

Promocijas darba 3. nodaļā "Piedāvātās 3D objektu vizualizēšanas metodes izmantojot parametrisko brīvo formu virsmu staru trasēšanu, 3D objektu modelēšanas metodes" ir aprakstītas jaunās piedāvātās metodes brīvas formas parametriskas virsmas vizualizēšanai,

izmantojot staru trasēšanu. Piedāvātas 3D ģeometriskā modeļa izveides metodes un aprakstīta piedāvātās metodes analīze, kura iekļauj 3D ģeometriskā modeļa precīzu tilpumu noteikšanu analītiskā veidā. Modelēšanas uzdevums ar sekojošo analīzi apskatīts uz medicīnas objektu piemēriem.

Promocijas darba 4. nodaļā "3D objektu parametrisko brīvo formu virsmu modelēšanas un vizualizēšanas metodes praktiskais pielietojums" ir aprakstīta piedāvātās izstrādātās vizualizēšanas metodes praktiska aprobācija un to iegūto rezultātu salīdzināšana analīze ar eksistējošo metožu darba rezultātiem un salīdzinājumā ar esošajiem datorizētām projektēšanas (CAD) sistēmām uz Autodesk AutoCAD 2010 un Siemens Solid Edge ST3 piemēriem, kā arī modelēšanas metodes praktiska aprobācija.

Promocijas darba galveno rezultātu un secinājumu nodaļā ir apkopoti darbā iegūtie rezultāti un piedāvāti jauni uzdevumi apskatītā zinātniskā virziena attīstībai.

2. PROMOCIJAS DARBA NODAĻU SATURA IZKLĀSTS

2.1. Mūsdienu vizualizēšanas metodes un brīvas formas parametriskas virsmas matemātiska notācija

Promocijas darba pirmajā nodaļā tika apskatītas un analizētas eksistējošās mūsdienu vizualizēšanas pamatmetodes, brīvas formas virsmas matemātiskas notācijas iespējas un to matemātiskie modeļi, kuri lietoti datorgrafikā, ka arī brīvas formas objektu virsmas interpolēšanas metodes.

Mūsdienu situācija 3D datorgrafikā ir tāda, ka efektivitātes attēla sintēze attiecas divos virzienos:

- Pirmajā gadījumā galvenajā lomā ir ātrdarbība. Tāda pieeja iekļauj poligonālo grafiku (objekti aproksimējas ar poligonu kopu, visi algoritmi un modeļi strādā jau ar plakaniem poligonāliem modeļiem, bet ne ar precīzi aprakstītiem objektiem.), aparatūras paātrinājumu (grafiskās kartes aparatūras nodrošinājuma lietošana matemātisko aprēķinu realizēšanai centrālā procesora vietā), grafiskās bibliotēkas (OpenGL, DirectX, Java 3D). Šajā gadījumā ir paredzēta skenlīnijas vizualizēšanas metode;
- Otrajā gadījumā pieeja paredzēta, lai iegūtu attēla augstāko precizitātes un realitātes pakāpi. Pieeja iekļauj augsti precīzas vizualizēšanas metodes, fiziski pamatotas apgaismošanas modeļus, reālistiskus teksturēšanas algoritmus u.c.). Šajā gadījumā ir paredzētas vizualizēšanas metodes staru trasēšanai un izstarošanas metodei.

Promocijas darba 1. nodaļā tika aprakstītas un analizētas sekojošas vizualizēšanas pamatmetodes:

- Skenlīnijas vizualizēšanas metode ir paredzēta poligonālo modeļu vizualizēšanai. Šī metode ir piemērs, kurš veiksmīgi izmanto attēla plaknes rastra īpašības lai vienkāršotu sākotnējo uzdevumu un pārveidotu to par vienkāršo uzdevumu virkni mazākā dimensijas telpā. Attēlu bildes plāknē var parādīt kā horizontālo pikseļu līniju kopu;
- Izstarošanas metode (radiosity). Tālāka poligonāla grafikas vizualizēšanas metodes attīstība saistīta ar gaismas izplatīšanas modelēšanu. Šī metode izmanto galējo elementu matemātiku, lai simulētu gaismas izkliedēto izplatību no virsmām uz citiem scēnu objektiem. Tā ir metode, kas mēģina modelēt situāciju, kurā tieši apgaismotas objektu virsmas kalpo par netiešu apgaismojuma avotu citiem scēnas objektiem. Tādā veidā tiek iegūta reālistiskāka apēnošana;
- Staru trasēšana. Algoritma pamatideja ir sekojoša: sekot gaismas staram vai gaismas plūsmai no gaismas avota, reģistrēt gaismas stara krustošanu ar objektu virsmām, stara

Trīsdimensijas, jeb telpiskās virsmas plaši izmanto dažādu objektu matemātiskajā modelēšanā, piemēram industriālo objektu projektēšanā (automobiļu, kuģu, lidmašīnu, apavu, pudeļu, ēku utt.), kā arī tiem ir liela nozīme fizikālās parādības aprakstīšanā un vizualizēšanā dabaszinātnē (ģeoloģijā, fizikā, medicīnā utt.). 3D datorgrafikā vispopulārākais virsmas apraksts ir parametriskā veidā, jo parametriska virsmas neatkarīgi no asīm dod iespēju viegli veikt ar tām afīnos pārveidojumus. Promocijas darba ietvaros ir aprakstītas un analizētas 3 brīvas formas parametrisko virsmu matemātiskie modeļi, kurus izmanto datorgrafikā:

- Bezjē virsmas – polinomiāla virsma balstoties uz globālo bāzi;
- B-splaina virsmas – polinomiāla virsma balstoties uz lokālo bāzi;
- NURBS virsmas, kas ir B-splaina virsmas racionālais paplašinājums.

3D datorgrafikā izmanto dažādu objektu ģeometrisko modelēšanu izmantojot virsmas aproksimācijas pieeju. Bieži vien arī ir nepieciešamība veidot virsmu izmantojot interpolācijas pieeju. Promocijas darba ietvaros tika aprakstītas un analizētas divas virsmas interpolācijas pamatmetodes: lokāla virsmas interpolācija ar skulptūru virsmu palīdzību un globāla interpolācija balstoties uz parametriskas virsmas.

Lokālas virsmas interpolācijas metode balstās uz bikubiskām Kursa virsmām. Katra bikubiska Kursa gabalvirsma interpolē objekta fragmentu un kā rezultāts, Kursa virsmas kopa veido objekta skulptūras virsmu.

Globālas virsmas interpolācijas metode balstās uz B-splaina virsmas izmantošanu. Ņemot vērā tādu faktu kā B-splaina virsma ir aproksimācijas virsma uz lokālo bāzi (viena vadoša punkta koordinātes izmaiņa ietekmē tikai virsmas fragmentu nevis visas virsmas formu) interpolācijas uzdevumu var formulēt kā ekvivalentu vadošo punktu masīvu meklēšanu. Tieši šī metode analizēta promocijas darbā.

2.2. Mūsdienu metodes parametriskas brīvas formas virsmas augstas kvalitātes vizualizēšanai

Promocijas darba otrajā nodaļā tika pamatota vizualizēšanas pamatmetodes un brīvas formas objektu notācības izvēle. Parādīta un pamatota izvēle staru trasēšanā kā vizualizēšanas pamatmetode un brīvas formas virsmas notācija analītiskā veidā. Sekojošajās apakšnodaļās ir apskatītas un analizētas parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanas metodes staru trasēšanā, to vēsturiskā attīstība, esošās metodes ierobežojumi un trūkumi. Balstoties uz algoritmu analīzes rezultātiem var secināt, ka mūsdienās eksistē tikai divi parametrisko brīvas formas virsmas vizualizēšanas algoritmi staru trasēšanā, kuri aprakstīti [66] un [62]. Kā arī Bezjē virsmas vizualizēšanai aprakstīta šo algoritmu kombinācija [112] un algoritma no [66] modifikācijas, kuri aprakstīti [26] un [27]. Lai veiktu eksistējošo mūsdienu vizualizēšanas algoritmu salīdzinošo analīzi, [66], [62], [112] un [26] piedāvātās metodes tika apskatītas detalizētāk.

T. Nišita (Tomoyuki Nishita), T. Sederbergs (Thomas W. Sederberg) un M. Kakimoto (Masanori Kakimoto) [66] aprakstīja metodes krustošanās problēmas risināšanai gadījumā stars – racionāla Bezjē virsma. Šī metode bija nosaukta par Bezjē izgriešanu (*Bézier clipping*). Šo metodi var klasificēt kā daļēji uz sadalījumu bāzētu algoritmu un daļēji kā skaitļošanas metodi. Pēc stara reprezentācijas kā divu plakņu krustošanās, stara - virsmas krustošanās problēmu ir iespējams projicēt no 4D telpas uz 2D telpu. Šī metode samazina aritmētisko operāciju skaitli, kas ir nepieciešams lai veikt de Kastelju sadalījumu (*de Casteljau subdivision*), ar 50% katrā sadalījuma iterācijā. Nišita atzīmēja, ka Bezjē izgriešanas ideja var būt veiksmīgi pielietojama gadījumā, kad nepieciešams risināt problēmu apcirsto reģionu noteikšanai. Tajā pašā laikā Nišita atzīmēja, ka aprakstītā metode nerisināja dažus

uzdevumus, no tā bija atzīmēti daudzkārtējo punktu meklēšanas problēma un metodes nestabilitāte dažos virsmas īpašos gadījumos.

V. Martins u.c. (William Martin et. al.) [62] piedāvāja metodi apgriezto NURBS virsmu vizualizēšanai staru trasēšanā. Izmantojot mezglu vektoru apstrādi lai ģenerēt ierobežojuma telpas hierarhisku struktūru, kura rezultātā ir pazemināts koka dziļums nekā citām sadalījuma metodēm. Ideja izmantot mezglu vektoru apstrādi tādā veidā, ka pēc NURBS virsmas transformācijas izveido Bezjē gabalvirsmas kopu. Šīs gabalvirsmas ir pietiekami platas un ieguva šaurus ierobežojuma boksus. Bezjē gabalvirsmas neizmanto lielu atmiņas apjomu un tiek izmantotas tikai ierobežojuma boksu hierarhiskas struktūras konstruēšanai. Šīs metodes priekšrocība ir tāda, ka iegūtā plakanā virsma ir labs starta nosacījums Ņūtona iteratīvajai metodei. Darbā piedāvāta NURBS virsmas aprēķināšanas shēma, kura balstās uz mezgla vektora apstrādi. Diemžēl NURBS virsmas aprēķināšanas algoritms strādā lēnāk nekā Bezjē virsmas aprēķināšana. Ņūtona metode prasa izskaitļot virsmas punktu un divus parciālos atvasinājumus katrā iterācijā, lai iegūt kvadrātisko konverģenci. Ir labāk sadalīt sākotnējo NURBS virsmu uz Bezjē virsmās pirmapstrādes laikā. Tas prasa papildu atmiņas apjomu, lai glabātu katru gabalvirsmu atsevišķi, bet tādā veidā ir iespējams nozīmīgi paātrināt izskaitļošanu.

Š.-V. Vong (Shyue-Wu Wang), Z.-Č. Šihš (Zen-Chung Shih) un R.-Č. Čangs (Ruei-Chuan Chang) [112] piedāvāja algoritmu, kurš kombinē Bezjē izgriešanas algoritmu un Ņūtona iteratīvo algoritmu, kā efektīvu metodi staru koherences izmantošanai. Pirmais tekošā stara krustošanās punkts ar Bezjē virsmu izskaitļojas izmantojot Bezjē izgriešanas algoritmu. Visi sekojošie krustošanās punkti tajā pašā pikseļu rindā izskaitļojas izmantojot Ņūtona iteratīvo algoritmu. Pēdējais izskaitļotais krustošanās punkts ir izmantots kā iepriekšējais rezultāts sekojošam krustošanās punktam. Kavēkļu detektēšanas tehniku izmanto, lai pārbaudīt vai krustošanās punkts, kurš ir izskaitļots izmantojot Ņūtona iteratīvo algoritmu ir pēdējais. Kad Ņūtona metodei neizdodas sasniegt konverģences, tad izmanto Bezjē izgriešanu, kā aizstāšana krustošanās punkta izskaitļošanai.

A. Jefremovs (Alexander Efremov), V. Havrans (Vlastimil Havran) un H.-P. Zeidels (Hans-Peter Seidel) [26] un [27] piedāvāja metodi NURBS virsmu vizualizēšanas staru trasēšanā izmantojot sekojošo metodi: objekta katra NURBS virsma tiek transformēta uz ekvivalentu racionālo Bezjē gabalvirsmu kopu un tieši šī kopa attēlojas. Racionālo Bezjē gabalvirsmu tieši vizualizēšanas problēmas risināšanai tiek izmantota Bezjē izgriešanas metode, kura aprakstīta [66]. Kā arī [26] un [27] tiek piedāvātas dažas modifikācijas, kuras uzlabo Bezjē izgriešanas metodes darbību un efektivitāti.

Sasniegtie rezultāti ir sekojošie: tika apskatīti un analizēti esošie parametrisko brīvas formas virsmu vizualizēšanas algoritmi staru trasēšanā, definēti to algoritmu ierobežojumi un trūkumi. Esošo algoritmu veiktā analīze rāda, ka:

- Nišitas metode [66] strādā tikai ar Bezjē gabalvirsmām, metodes implementācija ir samēra sarežģīta, metodes darbs ir nestabils dažos īpašos gadījumos;
- Martina metode [62] strādā ar NURBS gabalvirsmām (no tā seko, ka šī metode ir derīga arī Bezjē un B-splaina gabalvirsmām), savā darbā metode izmanto vektoru datus, kas prasa lielāku laiku aprēķiniem;
- Vonga metode [112] nav patstāvīga metode, bet Nišitas [66] un Martina [62] metodes kombinācija. Sakarā ar to Vonga metode mantoja Nišitas un Martina metodes dažus ierobežojumus un trūkumus: metode strādā tikai ar Bezjē gabalvirsmām, samērā sarežģīta pieejas implementācija, liels aprēķinu apjoms un aprēķinu laiks;
- Jefremova metode [26] ir mēģinājums uzlabot dažus Nišitas metodes [66] ierobežojumus un trūkumus: piedāvātās modifikācijas dod iespēju vizualizēt NURBS gabalvirsmu netiešā veidā, tieša vizualizēšanas procedūra strādā tikai ar Bezjē gabalvirsmām, pieeja samērā sarežģītā implementācijas stadijā, liels aprēķinu apjoms un aprēķinu laiks;

Galvenie secinājumi ir šādi: ņemot vērā iegūtos pēc salīdzinošas analīzes apskatīto algoritmu ierobežojumus un trūkumus rodas uzdevums jaunas metodes izstrādei Bezjē, B-splaina un NURBS virsmu augstās kvalitātes vizualizēšanai staru trasēšanā. Izstrādātām vizualizēšanas metodēm jāatbilst sekojošai prasībai:

- Izstrādātās metodes attēlu vizualizēšanas laikam jābūt mazākam kā esošo metožu attēlu vizualizēšanas laikam.

2.3. Piedāvātās 3D objektu vizualizēšanas metodes izmantojot parametrisko brīvo formu virsmu staru trasēšanu un 3D objektu modelēšanas metodes

Promocijas darba trešajā nodaļā ir aprakstītas promocijas darba ietvaros izstrādātās parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanas metodes staru trasēšanā, kā arī izstrādātās reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metodes.

Nodaļā paveikta izstrāde neracionālas (Bezjē un B-splaina) un racionālas (NURBS) parametriskas brīvas formas virsmu augstas kvalitātes vizualizēšanas metodes staru trasēšanā. Nodaļā arī paveikta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metodes izstrāde balstoties uz lokālas un globālas virsmas interpolācijas metodi, 3D ģeometriskā modeļa tilpuma noteikšanas analītiskā algoritma izstrāde, reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metodes izstrāde balstoties uz virsmas izveidi ar parametrisko līknes palīdzību.

Bezjē virsmu vizualizēšana staru trasēšanā. Promocijas darba ietvaros tiek aprakstīta jauna piedāvāta metode Bezjē virsmu vizualizēšanai izmantojot staru trasēšanas metodi. Virsmas-stara krustošanas punktu var aprakstīt ar nelineāro vienādojumu sistēmu. Lai atrastu nezināmo parametru vērtību vienādojumu sistēmu jāapskata gadījums kad stars $r(t)$ sakrīt ar koordinātes asi (piemērām ar Oz). Šajā gadījumā vienādojumu sistēma transformējas uz sekojošu vienādojumu sistēmu:

$$\begin{cases} S_x(u, v) = 0 \\ S_y(u, v) = 0 \\ S_z(u, v) = r_z(t) \end{cases} \quad (1)$$

Vienādojumu sistēmu (1) risinājums (saknes atrašana) var būt pārveidots kā optimizācijas uzdevuma risinājums. Parametru u un v meklēšanā tiek izmantoti tikai 2 pirmie vienādojumi no sistēmas (1), tādēļ minimizēšanas funkcija var būt aprakstīta sekojošā veidā:

$$g(u, v) = [S_x(u, v)]^2 + [S_y(u, v)]^2 \rightarrow \min_{u, v} \quad (2)$$

Funkcijas $g(u, v)$ optimizācijas (minimizēšanas) uzdevumu var sadalīt divās daļās: iepriekšēja meklēšana un parametru u un v optimizācija (saknes meklēšana). Apskatīsim šos soļus atsevišķi.

1) Iepriekšēja meklēšana tiek bāzēta uz Monte-Karlo metodi. Meklēšanas procedūra tiek sastādīta no 3 soļiem.

Solis 1.: Vispirms jānoģenerē nejaušo punktu $(u_i; v_i)$, $i \in [1; N]$. kopu \mathbf{M} .

Solis 2.: No punktu kopas jāizvēlas vienu punktu (u^*, v^*) , kur funkciju $g(u, v)$ vērtība ir minimāla.

Solis 3.: Lai veidotu sekojošu optimizāciju no kopas \mathbf{M} jāizvēlas punktu apakškopu \mathbf{M}' . Citiem vārdiem sakot punkti $(u, v) \in \mathbf{M}'$ ir izvēlēti saskaņā ar sekojošu nevienādību:

$$g(u_k, v_k) - g(u^*, v^*) \leq \varepsilon_0, k \in [0, N] \quad (3)$$

kur: u_k, v_k – k -tā punkta koordinātes; u^*, v^* – punkta koordinātes, kurš dod minimālo funkcijas $g(u, v)$ vērtību; ε_0 – uzdota precizitāte; $N+1$ – nejaušo punktu skaits.

Tālāka funkcijas $g(u, v)$ optimizācija tiek bāzēta uz punktiem no šīs apakškopas (\mathbf{M}'). Jāoptimizē katru punktu no apakškopas.

2) Parametru optimizācija (saknes meklēšana). Lai veidotu optimizāciju tiek izvēlēta gradienta metode [44]. Šī metode izvēlēta divu iemeslu dēļ: gradienta metode dod pietiekamu konverģences ātrumu un šī metode diezgan ērta programmēšanas implementācijai. Parametru u un v vērtību izmaiņas katrā iterācijas solī izskaitļojas sekojošā veidā:

$$\begin{cases} u_{i+1} = u_i - h \cdot \frac{\partial g(u_i, v_i)}{\partial u} \\ v_{i+1} = v_i - h \cdot \frac{\partial g(u_i, v_i)}{\partial v} \end{cases} \quad (4)$$

kur: h – svaru koeficients.

Metodes darba gaitā tiek izmantoti 4 nosacījumi, kad jāpārtrauc iteratīvo darbību.

Iepriekšējās meklēšanas paātrinājums. Bieži vien praksē pietiek atrast tikai tuvākās virsmas tuvāko krustošanas punktu. Tāpēc, lai iegūt iepriekšējās parametru u un v vērtības katrā pikselī tiek piedāvāta iepriekšējo vērtību kartes izveide. Karte tiek sastādīta no gabalvirsmas datiem, kuri tiek kodēti RGB kanālos. Sarkans (Red) kanāls ietver gabalvirsmas numuru. Matemātisku saistību var aprakstīt sekojošā veidā:

$$Nr = R - 1 \quad (5)$$

kur: Nr – gabalu virsmas numurs, kurš mainās diapazonā $[0; 254]$;

R – sarkanā kanāla vērtība, kura mainās diapazonā $[1; 255]$.

Gadījumā, ja $R=0$ var teikt kā šajā pikselī stars nekrustojas ne ar kādu virsmu. Ņemot vērā 24-bitu attēlu kodēšanu RGB krāsu sistēmā var teikt, kā gabalu virsmas numurs mainās diapazonā $[0; 254]$;

Zaļš (Green) un zils (Blue) kanāli satur viendabīgu gradienta tekstūru, kura uzlikta uz gabalu virsmas. Pieņemsim, ka krāsu vērtība katrā kanālā ir veselais skaitlis no diapazona $[0; 225]$. Krāsu vērtības stūru kontrolpunktos var piešķirt tādā veidā, kā ir aprakstīts 1.tabulā.

1. tabula

Stūru kontrolpunktu krāsu vērtība

Vadošais punkts	Krāsu vērtība
$P_{0,0}$	$(R;0;0)$
$P_{n,0}$	$(R;255;0)$
$P_{0,m}$	$(R;0;255)$
$P_{n,m}$	$(R;255;255)$

Pārējās krāsu vērtības gradienta tekstūrā vienmērīgi interpolējas un tiek uzliktas uz virsmu. Nākamais uzdevums ir datu lasīšana no kartes. Ieejas dati šajā gadījumā ir R, G un B krāsu vērtība katrā atsevišķā pikselī. Šajā gadījumā iepriekšējo parametru vērtību var atrast sekojošā veidā:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{255} \cdot G \\ v_0 = \frac{1}{255} \cdot B \end{cases} \quad (6)$$

kur: u_0, v_0 – parametru sākotnēja vērtība pikselī; G – pikseļa intensitāte zaļajā kanālā; B - pikseļa intensitāte zilajā kanālā.

B-splaina virsmu vizualizēšana staru trasēšanā. Promocijas darbā ietvaros atbilstošā apakšnodaļā tiek aprakstīta jauna piedāvāta metode B-splaina virsmu vizualizēšanai izmantojot staru trasēšanas metodi. Vizualizēšanas metode ir analogiska Bežjē virsmu vizualizēšanas metodei ar nelielām izmaiņām, kuras saistītas ar B-splaina funkcijas īpašībām. Kā bija rakstīts augstāk virsmas-stara krustošanās punktā meklēšanas problēmu var transformēt uz optimizācijas uzdevuma risinājumu. Funkcijas $g(u,v)$ (kura aprakstīta ar formulu (2)) optimizācijas (minimizācijas) uzdevums B-splaina virsmas gadījumā arī tiek

sadalīts uz divām daļām: iepriekšēja meklēšana ar iepriekšējo vērtību kartes izveidi un parametru u un v optimizācija (saknes meklēšana) izmantojot visātrākā nobrauciena metodi.

1) Iepriekšēja meklēšana ar iepriekšējo vērtību kartes izveidi. Šis uzdevums principā sakrīt ar analogisko uzdevumu Bezjē virsmas vizualizēšanā, bet eksistē dažas īpatnības, kuras tiek saistītas ar to, ka parametru diapazons B-splaina virsmās mainās robežās $u \in [u_{\min}; u_{\max}]$ un $v \in [v_{\min}; v_{\max}]$. Karte tiek sastādīta no virsmas datiem, kuri tiek kodēti RGB kanālos.

Kā arī Bezjē virsmas gadījumā ja $R=0$ var teikt, ka šajā pikselī stars nekrustojas ne ar kādu virsmu. Zaļš un zils kanāli satur viendabīgu procedūras gradienta tekstūru, kura uzlikta uz gabalu virsmas. Krāsas vērtības ir atkarīgas no parametru u un v vērtības un to var izskaitļot sekojošā veidā:

$$\begin{cases} G = \text{Round} \left[255 \cdot \frac{(u - u_{\min})}{(u_{\max} - u_{\min})} \right] \\ B = \text{Round} \left[255 \cdot \frac{(v - v_{\min})}{(v_{\max} - v_{\min})} \right] \end{cases} \quad (7)$$

Nākamais uzdevums ir datu lasīšana no kartes. Ieejas dati šajā gadījumā ir R, G un B krāsu vērtības katrā atsevišķā pikselī. Virsmas numura noteikšana izskaitļojas izmantojot formulu (5). Sākotnēju parametru vērtību izskaitļošana atšķiras no Bezjē virsmas gadījuma sakarā ar citiem parametru vērtību diapazoniem. To var izskaitļot izmantojot sekojošu formulu:

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{255} \cdot (u_{\max} - u_{\min}) \cdot G + u_{\min} \\ v_0 = \frac{1}{255} \cdot (v_{\max} - v_{\min}) \cdot B + v_{\min} \end{cases} \quad (8)$$

kur: u_0, v_0 – parametru sākotnēja vērtība pikselī; u_{\min}, v_{\min} – parametru minimālās vērtības B-splaina virsmai pikselī; u_{\max}, v_{\max} – parametru maksimālās vērtības B-splaina virsmai pikselī; G – zaļā kanāla vērtība; B – zilā kanāla vērtība.

2) Parametru optimizācija (saknes meklēšana). Metode, kura aprakstītā apakšnodaļā par Bezjē virsmas vizualizēšanu ir diezgan efektīvā. Tajā pašā laikā, šī metode dod lielu aprēķinu apjomu B-splaina gadījumā. Galvenokārt tas ir saistīts ar to, ka gradienta izskaitļošana notika katrā iterācijā un B-splaina bāze ir neglobāla. Tagad ir iespējams izmantot gradienta vērtību (gradienta virzienu) tekošā iterācijā ka iegūta no iepriekšējās iterācijas. Tāda metode ir zināma literatūrā kā visātrākā nobrauciena metode [44]. Pārrakstīsim iterācijas soli (formulu (4)) sekojošā veidā:

$$\begin{bmatrix} u_{i+1} \\ v_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} - h_i \cdot \begin{bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

kur: u_{i+1}, v_{i+1} – parametru vērtība $(i+1)$ – ajā iterācijā; u_i, v_i – parametru vērtība i – tajā iterācijā; h_i – svaru koeficients iterācijas solī; $\Delta u_i, \Delta v_i$ – parametru izmaiņas iterācijas solī.

Tagad aprakstīsim algoritma darbību pa soļiem.

Solis 1. Iterācijas sākotnējais punkts, apzīmēsim to (u_i, v_i) . Jāizskaitļo parametru izmaiņas matricas elementu vērtības Δu_i un Δv_i .

Solis 2. Izskaitļojam jaunu parametru vērtību u_{i+1} un v_{i+1} , izmantojot formulu (9). Pēc tam jāizskaitļo funkciju $g(u_{i+1}, v_{i+1})$ vērtību, lai novērtētu jauno iegūto rezultātu. Šādā stadijā jāpārbauda vai iteratīvu procedūru jāturpina, vai to jāpabeidz.

Solis 3. Gadījumā, ja $g(u_{i+1}, v_{i+1}) < g(u_i, v_i)$ tad jāatkārto 2. soli, nemainot Δu_i un Δv_i , pretējā gadījumā jāpāriet uz 4.soli.

Solis 4. Iterācijas darba gaitā notika gadījumi kad $g(u_{i+1}, v_{i+1}) > g(u_i, v_i)$. Šajā gadījumā nepieciešams samazināt svaru koeficientu h . Eksperimentālā ceļā bija noteikts, ka vislabāko rezultātu dod svaru koeficienta h samazināšana uz koeficientu, kurš ir inverss "zelta griezumiem". Pēc jaunā svaru koeficienta izskaitļošanas jāpāriet pie 1.soļa.

Metodes darba gaitā tiek izmantoti 3 nosacījumi, kad jāpārtrauc iteratīvo darbību.

NURBS virsmu vizualizēšana staru trasēšanā. Promocijas darba ietvaros atbilstošā apakšnodaļā tiek aprakstīta jauna piedāvāta metode NURBS virsmu vizualizēšanai izmantojot staru trasēšanas metodi. Metode tiek balstīta uz sakņu atrašanu uzdevuma risināšanai, izmantojot virsmas projekciju uz projicēšanas plakni un izskaitļošanas nolūkam - Ņūtona un Kramera metodes kombināciju. Vizualizēšanas metode ir daļēji analogiska Bezjē un B-splaina virsmu vizualizēšanas metodei un sastāv no trim daļām: projicēšana uz \mathbf{R}^2 telpu (projicēšanas plakni), iepriekšējā meklēšana ar iepriekšējo vērtību kartes izveidi, parametru u un v atrašana (saknes meklēšana). Apskatīsim tos soļus atsevišķi.

Projicēšana uz \mathbf{R}^2 telpu. Parasti parametru izskaitļošana ir paredzēta \mathbf{R}^3 telpā neracionālo virsmu gadījumā un \mathbf{R}^4 telpā racionālo virsmu gadījumā. Vudvards [114], Nišita [66] parādīja, kā šādu problēmu var vienkāršot, projicējot uz \mathbf{R}^2 telpu. Tas nozīmē, ka aritmētisko operāciju skaits racionālo virsmu izskaitļošanā samazinās ar 25% (tieši šādu pieeju parādīja Nišita [66] racionālo Bezjē virsmu sadalījumam). Bet šī pieeja ir derīga arī NURBS virsmām staru trasēšanā. NURBS virsmas gadījumā stara un virsmas krustošanas punkta meklēšanas uzdevums tiek transformēts uz nelineāro vienādojumu sistēmu risināšanu. Šajā gadījumā lai atrastu parametru u un v vērtību no vienādojumu sistēmas, kura apraksta virsmas-stara krustošanu, pietiekami izmantot divus vienādojumus:

$$\begin{cases} S_x^*(u, v) - x_R = 0 \\ S_y^*(u, v) - y_R = 0 \end{cases} \quad (10)$$

kur: $S_x^*(u, v)$, $S_y^*(u, v)$ – virsmas vienādojumi projicēšanas plaknē; x_R , y_R – stara projekcija, punkts projicēšanas plaknē.

Vienādojumu sistēmu (10) risinājuma uzdevums tiek sadalīts divas daļas: iepriekšēja meklēšana, kura iekļauj iepriekšējo vērtību kartes izveidi [86] un parametru precizēšana. Iepriekšējā meklēšanas stadija iekļauj iepriekšējo vērtību kartes izveidi. Šis uzdevums sakrīt ar analogisko uzdevumu B-splaina virsmas vizualizēšanā.

Parametru precizēšana (saknes meklēšana). Viena no iespējam nelineāro vienādojumu sistēmas (10) risināšanai ir Ņūtona metode [99]. Promocijas darba ietvaros ir piedāvāta iteratīva procedūra ar soli, kuru var aprakstīt sekojošā veidā:

$$\begin{bmatrix} u_{i+1} \\ v_{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} + \frac{w(u, v)}{M(u, v)} \cdot \begin{bmatrix} M_u(u, v) \\ M_v(u, v) \end{bmatrix} \quad (11)$$

kur:

$$M(u, v) = \det \begin{bmatrix} x^*(u, v) & \frac{\partial x^*(u, v)}{\partial u} & \frac{\partial x^*(u, v)}{\partial v} \\ y^*(u, v) & \frac{\partial y^*(u, v)}{\partial u} & \frac{\partial y^*(u, v)}{\partial v} \\ w(u, v) & \frac{\partial w(u, v)}{\partial u} & \frac{\partial w(u, v)}{\partial v} \end{bmatrix} \quad (12)$$

un

$$M_U(u, v) = \det \begin{bmatrix} x^*(u, v) & x_R & \frac{\partial x^*(u, v)}{\partial v} \\ y^*(u, v) & y_R & \frac{\partial y^*(u, v)}{\partial v} \\ w(u, v) & 1 & \frac{\partial w(u, v)}{\partial v} \end{bmatrix} \quad \text{un} \quad M_V(u, v) = \det \begin{bmatrix} x^*(u, v) & \frac{\partial x^*(u, v)}{\partial u} & x_R \\ y^*(u, v) & \frac{\partial y^*(u, v)}{\partial u} & y_R \\ w(u, v) & \frac{\partial w(u, v)}{\partial u} & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

3D objekta ģeometriskā modelēšana izmantojot lokālo interpolāciju (ar Kunsa un Bežjē virsmām) un to tilpuma noteikšana. Promocijas darbā ietvaros atbilstošā apakšnodaļā tiek piedāvāta jauna 3D objekta ģeometriskā modelēšanas metode balstoties uz lokālo virsmas interpolāciju. Piedāvātā metode tiek bāzēta uz interpolācijas modeļa izveidi. Modeļa izveide pamatojas uz Kunsa virsmas bāzes. Lai vizualizēt objektu ar datorgrafikas standartu līdzekļiem (piem. grafiska bibliotēka OpenGL) vai esošo algoritmu palīdzību, Kunsa virsmu modelis tiek transformēts uz Bežjē virsmu modeli.

Apskatīsim gadījumu, kad ir nepieciešams izveidot objekta 3D matemātisko modeli, bet ir zināmi tikai kontrolpunkti uz objekta virsmas. Šajā gadījumā virsmai jāatbilst dažiem kritērijiem: virsmai jāiet caur visiem punktiem, virsmai jābūt perpendikulārai iepriekš uzdotiem izliekuma vektoriem un virsmai jāpieskaras iepriekš uzdotiem pieskares vektoriem. Līdz ar to rodas virsmu interpolācijas problēma. Pieņemsim, ka mums jāizveido 3D objektu no ieejas datiem, kurus var aprakstīt kontrolpunktu masīva (matricas) veidā. Šajā gadījumā ir acīmredzama nepieciešamība izveidot objekta skulptūras virsmu, kur katrs elements (kas apraksta kādu virsmas fragmentu) interpolē objekta daļu starp blakus esošiem kontrolpunktiem. Šajā gadījumā uzdevumu noformulē šādi:

- Izstrādāt matemātisko modeli objekta virsmas interpolācijai, tā lai katrs elements (katra gabala virsma) atbilstu augstāk minētiem kritērijiem.

Ieejas dati matemātisko modeļu izstrādei ir kontrolpunktu masīvs, ar topoloģiski ortogonālu struktūru, kur vienas puses pāris veido slēgto kontūru, kas ir līdzīgs cilindra sānu virsmai. Šajā gadījumā vizualizēšanas uzdevumu var aprakstīt kā virsmu masīvu izveidi. Gabalu virsmu aprakstīšanai darbā tiek izmantots bikubiskas Kunsa virsmas modelis. Kunsa virsmas matricas forma tiek aprakstīta promocijas darba 1.3.1. apakšnodaļā. Ņemot vērā vadošo punktu masīvu vienā virsmas gabalā var izskaitļot kā Kunsa virsmu. Šajā gadījumā vadošo punktu masīvu vienai Kunsa gabala virsmai var izskaitļot šādā veidā:

$$[P_C^{1,j1}] = \begin{bmatrix} P_{i,j} & P_{i,j+1} & P_{i,j}^v & P_{i,j+1}^v \\ P_{i+1,j} & P_{i+1,j+1} & P_{i+1,j}^v & P_{i+1,j+1}^v \\ P_{i,j}^u & P_{i,j+1}^u & P_{i,j}^{uv} & P_{i,j+1}^{uv} \\ P_{i+1,j}^u & P_{i+1,j+1}^u & P_{i+1,j}^{uv} & P_{i+1,j+1}^{uv} \end{bmatrix} \quad (14)$$

kur: $P_{i,j}$ – vadošie punkti virsmas gabala stūros (punkti no ieejas datu masīva);

$P_{i,j}^u, P_{i,j}^v$ – pieskares vektori parametriskos virzienos u un v ; $P_{i,j}^{uv}$ – izliekuma vektori.

Pieskares vektoru var izskaitļot šādā veidā:

$$P_{i,j}^u = \frac{1}{2} \cdot (P_{i,j+1} - P_{i,j-1}) \quad \text{un} \quad P_{i,j}^v = \frac{1}{2} \cdot (P_{i+1,j} - P_{i-1,j}) \quad (15)$$

Savukārt izliekuma vektoru var izskaitļot, izmantojot formulu:

$$P_{i,j}^{uv} = P_{i,j}^u \times P_{i,j}^v \quad (16)$$

Lai vizualizēt 3D objektu ar datorgrafikas standarta līdzekļiem vai ar esošiem algoritmiem ir jātransformē Kunsa virsmu uz Bežjē virsmu. Ekvivalentas Bežjē virsmas vadošo punktu masīvu var izskaitļot sekojošā veidā:

$$[P_B^{i1,j1}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{i,j} & P_{i,j+1} & P_{i,j}^v & P_{i,j+1}^v \\ P_{i+1,j} & P_{i+1,j+1} & P_{i+1,j}^v & P_{i+1,j+1}^v \\ P_{i,j}^u & P_{i,j+1}^u & P_{i,j}^{uv} & P_{i,j+1}^{uv} \\ P_{i+1,j}^u & P_{i+1,j+1}^u & P_{i+1,j}^{uv} & P_{i+1,j+1}^{uv} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

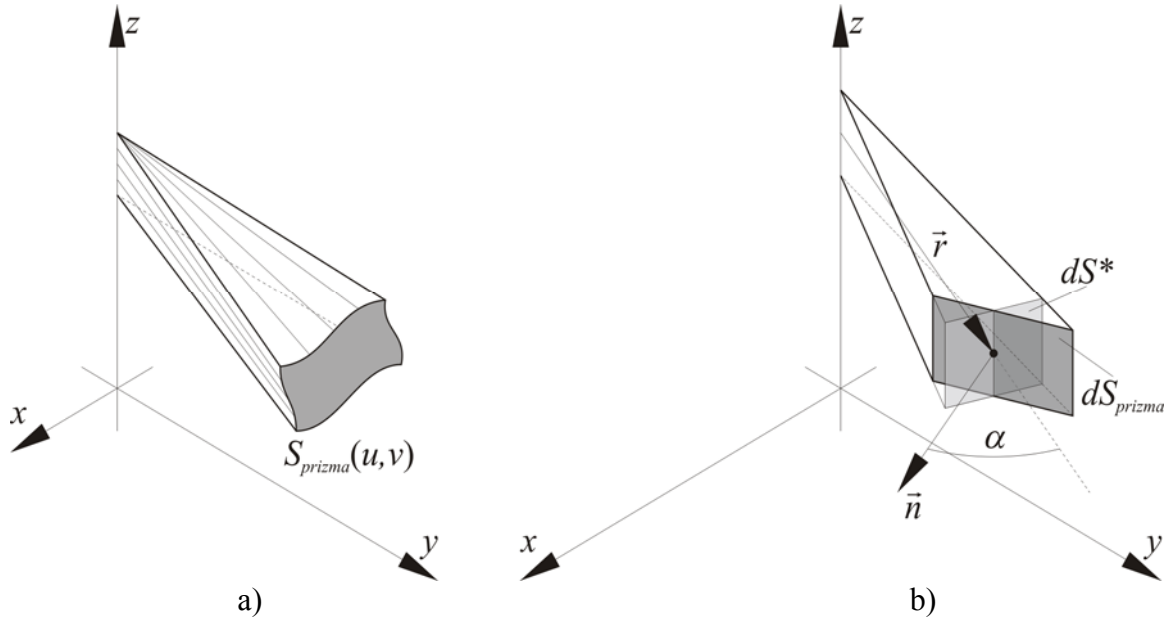
Rezultātā objekta matemātiskais modelis ir Bežjē gabalu virsmu masīvs. Šī metode dod iespēju lietot datorgrafikas standarta līdzekļus. Šajā darbā tiek lietota standarta grafiskā bibliotēka – OpenGL [126] un arī vizualizēšana ar staru trasēšanas palīdzību. Vizualizēšanas metode ar staru trasēšanu aprakstīta promocijas darba 3.1. apakšnodaļā.

3D brīvas formas objekta tilpuma noteikšana. Viena no aktuālām problēmām objektu analizē ir to tilpuma noteikšana. Promocijas darbā tiek piedāvāts algoritms, ar kura palīdzību var izskaitļot objekta tilpumu izmantojot integrālrēķinus. Ieejas dati šī algoritma darbam ir 3D objekts, kurš veidots ar Bezjē virsmu kopu. Pēc augstāk aprakstītās metodes, Bezjē virsmu kopu var aprakstīt kā virsmas $S(u,v)$ masīvu. Pieņemsim, ka objekta tilpums ir līklīniju prizmas tilpumu summa:

$$V_{obj} = \sum V_{prizma} \quad (18)$$

kur: V_{obj} – objekta tilpums; V_{prizma} – līklīniju prizmas tilpums.

Lai aprēķināt līklīniju prizmas tilpumu apskatīsim piemēru, kuš ilustrēts 1. a) att..



1. att. a) līklīniju prizmas piemērs un b) diferenciāla tilpuma noteikšanas piemērs

Diferenciālu tilpumu dV_{prizma} . 1.b) att. var izskaitļot sekojošā veidā:

$$dV_{prizma} = \frac{1}{2} \cdot |\vec{r}| \cdot \cos \alpha \cdot dS_{prizma} \quad (19)$$

kur: \vec{r} – perpendikulārais vektors no ass Oz līdz virsmas punktam; α – leņķis starp vektoru \vec{r} un normāli \vec{n} uz dS_{prizma} .

Lai risinātu šo diferenciālvienādojumu integrēsim abas daļas no (19) ar virsmas integrāli. Rezultātā iegūstam:

$$V_{prizma} = \frac{1}{2} \cdot \iint_{(S_{prizma})} |\vec{r}| \cdot \cos \alpha \cdot dS_{prizma} \quad (20)$$

Lai risinātu integrāli (20) apskatīsim dažas matemātiskas īpašības. Pirmā veida virsmas integrāļa izskaitļošanas uzdevumā gadījumā tiek izmantota to transformācija uz divkārtējo integrāli. Arī ņemsim vērā, kā Bezjē virsmas gadījumā parametri u un v mainās diapazonā $[0;1]$. Ņemot vērā šo īpašību, kā arī citas īpašības, kuras aprakstītas darbā, var iegūt līklīniju prizmas tilpuma izskaitļošanas integrāļu beigu formulu:

$$V_{prizma} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^1 \int_0^1 (A \cdot S_x(u,v) + B \cdot S_y(u,v)) dudv \quad (21)$$

kur:

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial S_Y(u, v)}{\partial u} & \frac{\partial S_Z(u, v)}{\partial u} \\ \frac{\partial S_Y(u, v)}{\partial v} & \frac{\partial S_Z(u, v)}{\partial v} \end{vmatrix} \text{ un } B = \begin{vmatrix} \frac{\partial S_Z(u, v)}{\partial u} & \frac{\partial S_X(u, v)}{\partial u} \\ \frac{\partial S_Z(u, v)}{\partial v} & \frac{\partial S_X(u, v)}{\partial v} \end{vmatrix} \quad (22)$$

Nemot vērā zemintegrāļa izteiksmes sarežģītību praksē integrāļa (21) aprēķināšanai ir ērti izmantot grafisko integrēšanu. Sadalīsim parametra u diapazonu uz n_2 daļām un parametra v diapazonu uz m_2 daļām. Tādā gadījumā līklīniju prizmas tilpumu var aptuveni izskaitļot izmantojot sekojošu formulu:

$$V_{prizma} \approx \frac{1}{2 \cdot n_2 \cdot m_2} \cdot \sum_{i_2=0}^{n_2-1} \sum_{j_2=0}^{m_2-1} A(u_{i_2}, v_{j_2}) \cdot S_X(u_{i_2}, v_{j_2}) + B(u_{i_2}, v_{j_2}) \cdot S_Y(u_{i_2}, v_{j_2}) \quad (23)$$

kur u_{i_2}, v_{j_2} – parametru diskrētās vērtības;

n_2, m_2 – soļu skaits parametriskos virzienos u un v .

Parametru diskrētās vērtības var izskaitļot sekojošā veidā:

$$u_{i_2} = \frac{i_2}{n_2 - 1} \text{ un } v_{j_2} = \frac{j_2}{m_2 - 1} \quad (24)$$

Lai izrēķināt integrāļa (21) vērtību ar absolūtu precizitāti Bezejē virsmas gadījumā pārrakstīsim integrāli sekojošā veidā:

$$\begin{aligned} V_{prizma} = & \frac{1}{2} \cdot \sum_{i_1=0}^n \sum_{j_1=0}^m \sum_{i_2=0}^n \sum_{j_2=0}^m \sum_{i_3=0}^n \sum_{j_3=0}^m [X_{i_1, j_1} \cdot Y_{i_2, j_2} \cdot Z_{i_3, j_3} \cdot \\ & \left(\left(\int_0^1 B_{i_1, n}(u) \cdot \frac{dB_{i_2, n}(u)}{du} \cdot B_{i_3, n}(u) du \right) \cdot \left(\int_0^1 B_{j_1, m}(v) \cdot B_{j_2, m}(v) \cdot \frac{dB_{j_3, m}(v)}{dv} dv \right) - \right. \\ & - \left(\int_0^1 B_{i_1, n}(u) \cdot B_{i_2, n}(u) \cdot \frac{dB_{i_3, n}(u)}{du} du \right) \cdot \left(\int_0^1 B_{j_1, m}(v) \cdot \frac{dB_{j_2, m}(v)}{dv} \cdot B_{j_3, m}(v) dv \right) + \\ & + \left(\int_0^1 B_{i_1, n}(u) \cdot B_{i_2, n}(u) \cdot \frac{dB_{i_3, n}(u)}{du} du \right) \cdot \left(\int_0^1 \frac{dB_{j_1, m}(v)}{dv} \cdot B_{j_2, m}(v) \cdot B_{j_3, m}(v) dv \right) - \\ & \left. - \left(\int_0^1 \frac{dB_{i_1, n}(u)}{du} \cdot B_{i_2, n}(u) \cdot B_{i_3, n}(u) du \right) \cdot \left(\int_0^1 B_{j_1, m}(v) \cdot B_{j_2, m}(v) \cdot \frac{dB_{j_3, m}(v)}{dv} dv \right) \right] \quad (25) \end{aligned}$$

Šīs formulas matemātiskais pierādījums aprakstīts promocijas darbā 3.4.apakšnodaļā.

Gadījumā, ja zemintegrāļa funkcijā ir Bernšteina polinomu un to atvasinājuma reizinājums (kā formulā (25)), tad izskaitļot noteiktu integrāļu vērtību ir ērti izmantot sekojošu formulu:.

$$\begin{aligned} V_{prizma} = & \frac{1}{2} \cdot \sum_{i_1=0}^n \sum_{j_1=0}^m \sum_{i_2=0}^n \sum_{j_2=0}^m \sum_{i_3=0}^n \sum_{j_3=0}^m \left[X_{i_1, j_1} \cdot Y_{i_2, j_2} \cdot Z_{i_3, j_3} \cdot \binom{n}{i_1} \cdot \binom{m}{j_1} \cdot \binom{n}{i_2} \cdot \binom{m}{j_2} \cdot \binom{n}{i_3} \cdot \binom{m}{j_3} \cdot \right. \\ & (T(\Sigma i, n, i_2) \cdot T(\Sigma j, m, j_3) - T(\Sigma i, n, i_3) \cdot T(\Sigma j, m, j_2) + \\ & \left. + T(\Sigma i, n, i_3) \cdot T(\Sigma j, m, j_1) - T(\Sigma i, n, i_1) \cdot T(\Sigma j, m, j_3)) \right] \quad (26) \end{aligned}$$

kur funkciju $T(\Sigma i, n, i_2)$ var izskaitļot sekojošā veidā:

$$T(\Sigma i, n, i_2) = \begin{cases} -\frac{1}{3} & ja \quad \Sigma i = 0 \\ \sum_{k=0}^{3 \cdot n - \Sigma i - 1} (-1)^k \cdot \binom{3 \cdot n - \Sigma i - 1}{k} \cdot \left(\frac{i_2}{k + \Sigma i} - \frac{n}{k + \Sigma i + 1} \right) & ja \quad \Sigma i \in [1; 3 \cdot n - 1] \\ \frac{1}{3} & ja \quad \Sigma i = 3 \cdot n \end{cases} \quad (27)$$

kur: $\Sigma i = i_1 + i_2 + i_3$

3D objekta ģeometriskā modelēšana izmantojot globālo interpolāciju. Promocijas darba ietvaros atbilstošā apakšnodaļā tiek piedāvāta jauna 3D objekta ģeometriskā modelēšanas metode balstoties uz globālo virsmas interpolāciju. Modeļa izveide pamatojas uz B-splaina virsmas bāzes. Piedāvātā metode tiek aprobēta praktiskā pielietojumā uz medicīnas objekta piemēra, bet metodi arī var izmantot dažādās sfērās (zinātnē, tehnikā, medicīnā utt.). Analogiski iepriekšējai apakšnodaļai tiek apskatīts gadījums, kad ir nepieciešams izveidot objekta 3D matemātisko modeli, bet ir zināmi tikai vadošie punkti uz objekta virsmas. Šajā gadījumā virsmai jāatbilst dažiem kritērijiem: virsmai jāiet caur visiem punktiem, virsmai pakāpe katrā parametriskā virzienā ir iepriekš uzdota un objekts tiek interpolēts ar vienu virsmu. Sakarā ar to rodas globāls virsmu interpolācijas uzdevums. Pieņemsim, ka ieejas dati tiek aprakstīti topoloģiski ortogonālā vadošo punktu masīva (matricas) veidā. Un šo datu struktūru jāpārveido uz topoloģiski cilindrisku struktūru, savienojot vienu malu ar pretēji novietotu malu. Tieši tāds piemērs tiek apskatīts 3.3. apakšnodaļā un ilustrēts ar 3.3. att.. Šajā attēlā ir redzams objekta karkass, kurš iegūts no vadošo punktu masīva. Šajā gadījumā vizualizēšanas uzdevumu var aprakstīt sekojošā veidā:

- Jāizveido B-splaina virsmu, kura vienā parametriskā virzienā veido slēgto kontūru un kura atbilst augstāk aprakstītajam nosacījumam.

Globāla interpolācijas metode izmantojot B-splainu tiek aprakstīta promocijas darbā 1.3.2. apakšnodaļā gadījumā ja virsma ir atvērta abos parametriskos virzienos.

Pieņemsim, ka sākotnējā masīva izmērs ir $cr \times pt$, kur cr – rindu skaits un pt – kolonu skaits. Lai izmantot B-splaina virsmu interpolācijas uzdevumā ērti izmantot periodisku B-splaina funkciju bāzi abos virzienos. Virsmas pakāpi katrā parametriskā virzienā (apzīmēsim par p un q) iespējams izvēlē. Tos koeficientus n un m var izskaitļot sekojošā veidā:

$$n = cr - 1 \text{ un } m = pt + q - 1 \quad (28)$$

Šajā gadījumā B-splaina virsmas vadošo punktu masīvu izmērs ir $(n+1) \times (m+1)$ un vadošo punktu vērtības interpolācijai var izskaitļot sekojošā veidā:

$$[S^*] = \begin{matrix} & \overbrace{\hspace{10em}}^{pt \text{ kolonnas}} & \overbrace{\hspace{10em}}^{q \text{ kolonnas}} & & & & \\ \left[\begin{array}{cccccc} S_{0,0} & \dots & S_{0,pt-1} & S_{0,0} & \dots & S_{0,q-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{cr-1,0} & \dots & S_{cr-1,pt-1} & S_{cr-1,0} & \dots & S_{cr-1,q-1} \end{array} \right] & & & & & \end{matrix} \quad (29)$$

kur $S_{i,j}$ – parametru diskrētās vērtības.

Pārrakstīsim matricu (29) matricas – kolonnas veidā:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{0,0} & \dots & S_{0,pt-1} & S_{0,0} & \dots & S_{0,q-1} \\ S_{1,0} & \dots & S_{1,pt-1} & S_{1,0} & \dots & S_{1,q-1} & \dots \\ \dots & S_{cr-1,0} & \dots & S_{cr-1,q-1} & S_{cr-1,0} & \dots & S_{cr-1,q-1} \end{bmatrix}^T \quad (30)$$

Nezināmo vadošo punktu masīvu var aprakstīt sekojošā veidā:

$$[P] = [P_{0,0} \quad \dots \quad P_{0,m} \quad P_{1,0} \quad \dots \quad P_{1,m} \quad \dots \quad P_{n,0} \quad \dots \quad P_{n,m}]^T \quad (31)$$

Koeficientu masīvu elementu vērtību var izskaitļot ņemot vērā divus nosacījumus:

1. parametru u un v diapazons atkarīgs no vadošo punktu skaita un no izvēlēta mezglu vektora katrā parametriskā virzienā;
2. sākotnēja virsmas aprakstoša datu struktūrā, kura apskatīta tekošā apakšnodaļā, ērti pieņemt, ka parametru vērtības sākotnējos vadošos punktos tiek sadalītas vienmērīgi katrā parametriskā virzienā.

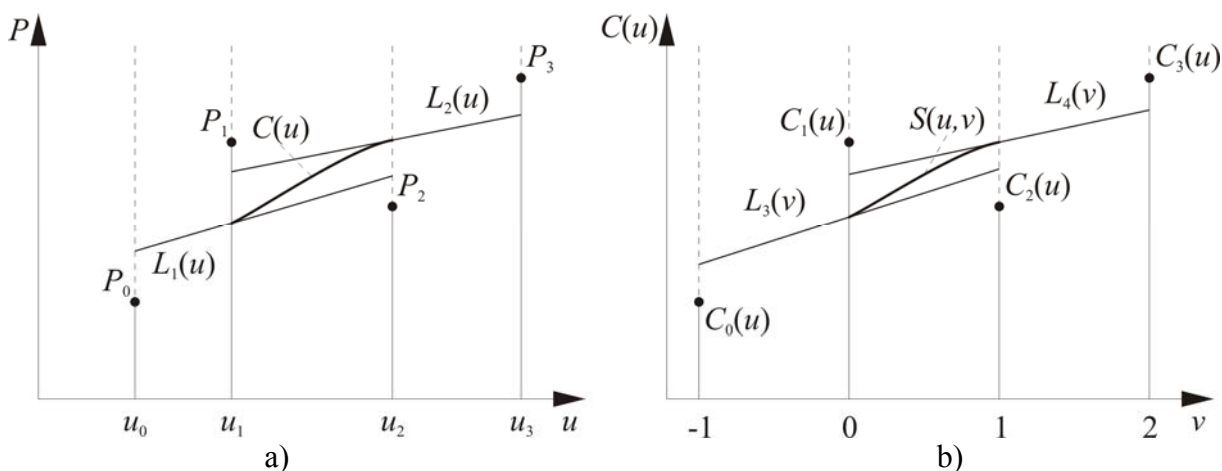
Apskatītā piemērā sākotnēju punktu masīva izmērs ir vienāds ar B-splaina vadošo punktu masīva izmēru. Sakarā ar to matricas $[P]$ vērtību var atrast izmantojot dažādas metodes. Praksē tika izmantota Gausa – Žordana izskaitļošanas metode.

3D objekta ģeometriskā modelēšana izmantojot parametriskas virsmas izveidi ar līknēm. Promocijas darba ietvaros atbilstošā apakšnodaļā tiek piedāvāta jauna metode, kura bāzēta uz parametriskas virsmas izveidi ar aproksimācijas līknēm katrā parametriskā virzienā. Piedāvātā metode tiek aprobēta praktiskā pielietojumā uz medicīnas objekta piemēra, bet metodi arī var izmantot dažādās sfērās (zinātnē, tehnikā, medicīnā utt.). Apskatīsim gadījumu, kad ir nepieciešams izveidot objekta 3D matemātisko modeli, bet ir zināmi tikai kontrolpunkti uz objekta virsmas. Arī kontrolpunkti atbilst sekojošam nosacījumam:

1. 3D telpā kontrolpunkti tiek aprakstīti pa slāņiem;
2. Attālums starp slāņiem ir viendabīgs;
3. Kontrolpunktu secība katrā slānī ir iepriekš noteikta un veido slēgto kontūru;
4. Kontrolpunktu skaits katrā slānī nav vienāds;
5. Kontrolpunktu skaits katrā slānī ir diezgan liels.

Šajā gadījumā virsmai jāatbilst sekojošiem kritērijiem: virsmai jāiet tādā veidā, lai pietuvinātos pie kontrolpunktiem un virsmai jānodrošina objekta formas nogludināšanu. Ņemot vērā augstāk minētos nosacījumus rodas virsmu lokālas aproksimācijas problēma. Šajā gadījumā ir acīmredzama nepieciešamība izveidot skulptūras virsmu, kur katrs elements aproksimē objekta fragmentu starp blakus esošiem slāņiem. Piedāvātā metode parametriskas virsmas izveidei sastāv no diviem soļiem: līkņu kopu izveide vienā parametriskā virzienā un virsmas izveide balstoties uz iegūto līkņu kopu.

Pirmais solis, līkņu kopu izveide sastāv no līknes izveides uzdevuma katrā slānī. Metodes ideja ir līknes posmu aproksimācija. Ieejas dati ir punktu P_i kopa ar atbilstošu parametra u_i vērtību katrā atbilstošā punktā. Katrā slānī parametrs u mainās diapazonā $[0; 1]$. Posma aproksimācija tika uzdota ar četriem virknes punktiem un parametriskā līknē aproksimējas posmā starp diviem centrālajiem punktiem no četriem. Šo metodi var nosaukt par lineāri-parabolisku aproksimāciju. 2.a) att. ilustrē šo situāciju.



2. att. Lineāras-paraboliskas aproksimācijas ideja

Ņemot vērā 2.a) att. apzīmējumus lineāra-paraboliska aproksimācija tiek aprakstīta sekojošā veidā:

$$C(u) = \frac{u - u_2}{u_1 - u_2} \cdot L_1(u) + \frac{u - u_1}{u_2 - u_1} \cdot L_2(u) \quad (32)$$

kur: $C(u)$ – līknes posms intervālā $[u_1; u_2]$; u_1, u_2 – parametru vērtības kontrolpunktos; u – līknes parametrs.

Lineāras funkcijas $L(u)$ var izskaitļot sekojošā veidā:

$$L_1(u) = a_1 \cdot u + b_1 \text{ un } L_2(u) = a_2 \cdot u + b_2 \quad (33)$$

Lineārus koeficientus jāizvēlas lai nodrošināt minimālu attālumu no kontrolpunktiem līdz lineārai funkcijai. Šajā gadījumā lai izskaitļotu lineāro koeficientu vērtības var izmantot vismazāko kvadrātu metodi. To var aprakstīt ar lineāru vienādojumu sistēmu:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=0}^2 u_i^2 & \sum_{i=0}^2 u_i \\ \sum_{i=0}^2 u_i & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^2 P_i \cdot u_i \\ \sum_{i=0}^2 P_i \end{bmatrix} \quad \text{un} \quad \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 u_i^2 & \sum_{i=1}^3 u_i \\ \sum_{i=1}^3 u_i & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^3 P_i \cdot u_i \\ \sum_{i=2}^3 P_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

Lineāro koeficientu matricu vērtību var atrast izmantojot dažādas metodes. Ņemot vērā, ka vienādojumu skaits ir 2 katrā sistēmā praksē ir ērti izmantot inversās matricas metodi:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^2 u_i^2 & \sum_{i=0}^2 u_i \\ \sum_{i=0}^2 u_i & 3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^2 P_i \cdot u_i \\ \sum_{i=0}^2 P_i \end{bmatrix} \quad \text{un} \quad \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^3 u_i^2 & \sum_{i=1}^3 u_i \\ \sum_{i=1}^3 u_i & 3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{i=2}^3 P_i \cdot u_i \\ \sum_{i=2}^3 P_i \end{bmatrix} \quad (35)$$

Otrais solis ir virsmas izveide izmantojot līknes izveidi otrā parametriskā virzienā, izmantojot par ieejas datiem pirmajā solī iegūto līknes kopu. Šāda metode ir analogiska pirmajam solim. Ņemot vērā, ka attālums starp slāņiem ir vienāds ir iespējams pieņemt v parametra vērtības vienmērīgi, lai diapazons starp diviem centrālajiem punktiem būtu vienāds $[0; 1]$. 2.b) att. ilustrē šo situāciju gadījumā $u=const$. Ņemot vērā 2.b) att. apzīmējumus lineāri-paraboliska aproksimācija aprakstīta sekojošā veidā:

$$S(u, v) = (1-v) \cdot L_3(v) + v \cdot L_4(v) \quad (36)$$

kur: $S(u, v)$ – rezultējoša virsma; v – virsmas otrais parametrs.

Lineāras funkcijas $L(v)$ var izskaitļot sekojošā veidā:

$$L_3(v) = a_3 \cdot v + b_3 \quad \text{un} \quad L_4(v) = a_4 \cdot v + b_4 \quad (37)$$

Lineāros koeficientus jāizvēlas lai nodrošināt minimālu attālumu no kontrolpunktiem līdz lineārai funkcijai. Šajā gadījumā lai izskaitļot lineāro koeficientu vērtības arī var izmantot vismazāko kvadrātu metodi analogiski pirmajam solim. Ņemot vērā parametra v viendabīgu sadalījumu, izmantojot inversās matricas metodi to var izskaitļot sekojošā veidā:

$$\begin{bmatrix} a_3 \\ b_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_2(u) - C_0(u) \\ \sum_{i=0}^2 C_i(u) \end{bmatrix} \quad \text{un} \quad \begin{bmatrix} a_4 \\ b_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_2(u) + 2 \cdot C_3(u) \\ \sum_{i=1}^3 C_i(u) \end{bmatrix} \quad (38)$$

2.4. 3D objektu parametrisko brīvo formu virsmu modelēšanas un vizualizēšanas metodes praktiskais pielietojums

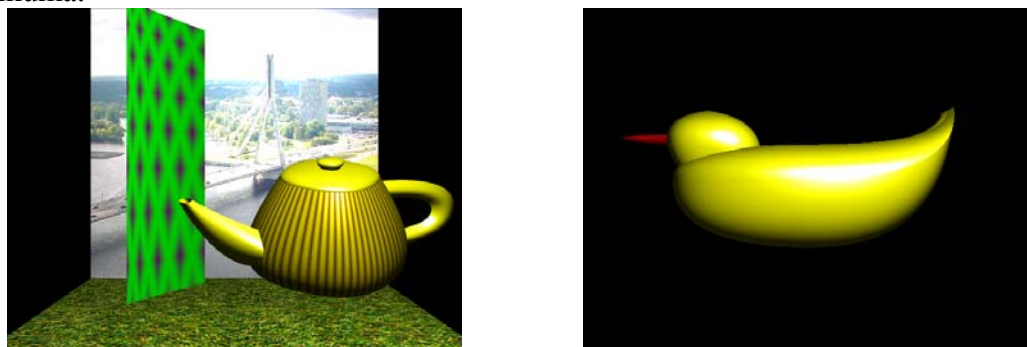
Promocijas darba ceturtnā nodaļa ir veltīta trešās nodaļas jaunās piedāvātās vizualizēšanas un modelēšanas metodes praktiskajai realizācijai un tās eksperimentālai pārbaudei un ar to saistīto jautājumu risināšanai. Iepriekš iegūto teorētisko rezultātu praktiska realizācija tika veikta programmatūras veidā izmantojot programmēšanas vidi Delphi, programmēšanas valodu Object Pascal un grafisko bibliotēku OpenGL.

3D objekta, modelēta ar Bezjē virsmu, vizualizēšanas pieejas staru trasēšanā aprobācija.

Promocijas darba ietvaros tika piedāvāta jauna izstrādāta Bezjē virsmu augstas kvalitātes vizualizēšanas metode, kura aprakstīta promocijas darba 3.1. apakšnodaļā. Lai novērtētu piedāvātās metodes vērtību praktiskos eksperimentos tika veikta salīdzinoša analīze ar esošiem algoritmiem, kuri aprakstīti [66] un [62], kā arī [112] un [26]. Visas šīs metodes bija realizētas datorprogrammas veidā. Programmēšanas rīks eksperimentālā stadijā bija programmēšanas vidē Borland Delphi 7.0.

Scēnu vizualizēšanai ir izmantota pieeja 1 stars uz pikseli. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 640×480 pikseļi. Eksperimenta gaitā bija vizualizētas 2 scēnas: pirmajā scēnā tika vizualizēts eksperimentālais objekts – tējkanna uz plakana taisnstūru fona un otrajā scēnā tika vizualizēts vēl viens eksperimentālais objekts – pīle. Visas virsmas

eksperimentālajā scēnā tika aprakstītas ar Bezjē virsmu palīdzību. Ar piedāvāto metodi iegūtie attēli tiek parādīti 3.att.. Ar citām metodēm iegūtie attēli tiek parādīti promocijas darba 1. pielikumā.



3. att. Scēna, kura iegūta izmantojot piedāvātu metodi

Pirmais kritērijs, ar kuru tika novērtēta piedāvātā metode ir iegūto attēlu kvalitāte. Kā var redzēt no iegūtiem attēliem, kuri parādīti promocijas darba 1. pielikumā, piedāvātā metode dod labāku rezultātu no attēla kvalitātes viedokļa, jo uz objektiem nav izkropļošanas uz gabalvirsmas robežām. Otrais kritērijs, ar kādu jānovērtē piedāvātās metodes vērtību ir iegūto attēlu vizualizēšanas laiks. Attēlu vizualizēšanas laiki eksperimenta gaitā tiek parādīti 2.tabulā.

2. tabula

Attēlu vizualizēšanas laiks

Metode	”Tējkanna”, min./%	”Pīle”, sek./%
Piedāvāta	5,59 / 100%	20,39 / 100%
Nišita u.c.	6,669 / 119,3%	168,154 / 824,7%
Jefermovs u.c.	6,681 / 119,5%	116,233 / 570,0%
Martins u.c.	5,613 / 100,4%	20,922 / 102,6%
Vang u.c.	5,63 / 100,7%	23,968 / 117,5%

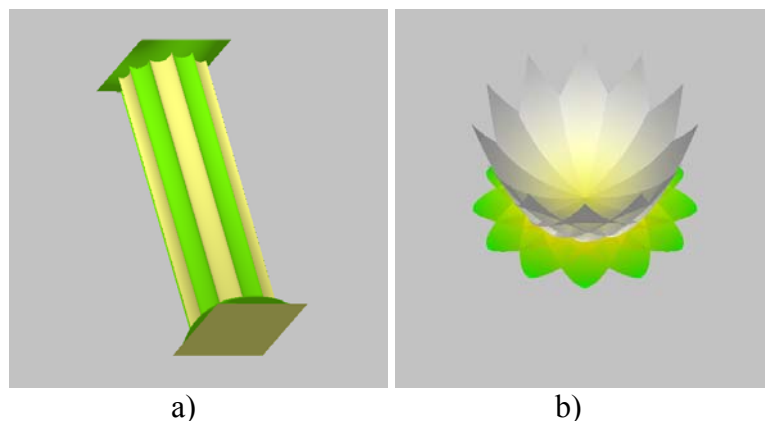
Kā var redzēt no 2.tabulas datiem piedāvātā metode dod stabilu vizualizēšanas laika samazinājumu (salīdzinot ar esošajām metodēm) eksperimenta ietvaros. Piedāvātā metode dod vizualizēšanas laika samazināšanu salīdzinot ar Martina un Vanga metodēm par 0,4% – 17,5% un salīdzinot ar Nišitas un Jefremova metodēm aptuveni par 19%. Nišitas un Jefremova metodes vizualizēšanas laika rezultāti uz piemēru ”Pīle” var liecināt vai nu par algoritma nestabilitāti uz konkrēto objektu, vai nu par algoritmu iespējam un/vai ierobežojumiem, kuri nebija aprakstīti [26] un [66]. Sakarā ar to šos iegūtos vizualizēšanas laikus jāatmet nost tālākajā analizē.

Nākamā eksperimentālā pārbaudē scēnu vizualizēšanai bija izmantota pieeja 1 stars uz pikseli. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseļi. Eksperimenta gaitā bija vizualizēti 2 objekti, kuri bija iegūti pēc reālas medicīnas objektu modelēšanas: galvaskausa iekšējās virsmas fragments un patoloģijas zona. Visas virsmas eksperimentālajos objektos tika aprakstītas ar Bezjē virsmu palīdzību. Iegūtie attēli tika parādīti tālākajā aprobācijas daļā 8. att., vai promocijas darbā 4.pielikumā P4.4. – P4.6.att. un P4.8.att.

Eksperimentālās pārbaudes mērķis esošajā eksperimentā bija jaunas piedāvātas metodes efektivitātes pierādījums uz reālo objektu piemēra. Sakarā ar to salīdzinājumi ar zināmiem algoritmiem [66], [62], [112] un [26] nebija veikti. Eksperimentā iegūtie attēli veiksmīgi pierādīja piedāvātas metodes efektivitāti.

3D objekta, modelēta ar B-splana virsmu, vizualizēšanas pieejas staru trasēšanā aprobācija. Promocijas darba ietvaros tika piedāvāta jauna izstrādāta B-splaina virsmu augstas kvalitātes vizualizēšanas metode, kura balstās uz visātrākā nobrauciena metodi. Lai novērtētu piedāvātās metodes vērtību praktiskos eksperimentos tika veikta salīdzinoša analīze

ar diviem algoritmiem: ar piedāvāto algoritmu, kurš balstās uz gradienta metodi (promocijas darba 3.1.apakšnodaļa) un Martina algoritmu, kurš aprakstīts darbā [62]. Visas šīs metodes bija realizētas datorprogrammas veidā. Programmēšanas rīks eksperimentālajā stadijā bija programmēšanas vide Borland Delphi 7.0. Scēnu vizualizēšanai bija izmantota pieeja 1 stars uz pikseli. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseli. Eksperimenta gaitā bija vizualizētas 2 scēnas: pirmajā scēnā tika vizualizēts eksperimentālais objekts – kolonna un otrajā scēnā tika vizualizēts vēl viens eksperimentālais objekts – ūdensroze. Visas virsmas eksperimentālajās scēnās tika aprakstītas ar B-splaina virsmu palīdzību. Iegūtie attēli ir redzami 4. att..



4. att. Scēnas, kuras iegūtas izmantojot metodi, kura balstās uz visātrākā nobrauciena metodi;

Kā bija rakstīts iepriekšējā eksperimenta aprakstā, pirmais kritērijs, ar kādu tika novērtēta piedāvātā metode ir iegūto attēlu kvalitāte. Kā var redzēt no iegūtiem attēliem abas piedāvātās metodes dod ekvivalentus attēlus un šie attēli dod labāku rezultātu no attēla kvalitātes viedokļa. Otrais kritērijs, ar kādu jānovērtē piedāvātās metodes vērtību ir iegūto attēlu vizualizēšanas laiks. Attēlu vizualizēšanas laiki eksperimenta gaitā tiek parādīti 3.tabulā.

3. tabula

Attēlu vizualizēšanas laiks sekundēs un procentos		
Metode	"Kolonna"	"Ūdensroze"
Piedāvātā, balstoties uz visātrākā nobrauciena metodi	31,156 / 51,3%	98,313 / 47,8%
Piedāvātā, balstoties uz gradienta metodi.	74,906 / 123,3%	180,234 / 87,7%
Martins u.c.	60,750 / 100%	205,600 / 100%

3.tabula liecina, ka piedāvātā metode (balstoties uz gradienta metodi) dod nestabilu vizualizēšanas laika samazinājumu (salīdzinot ar metodi Martin u.c.[62]). Tajā pašā laikā piedāvātā metode, balstoties uz visātrākā nobrauciena metodi, dod stabili labāku rezultātu pēc vizualizēšanas laika mūsu eksperimentā, un dod aptuveni divkārtējo (eksperimentos 48,7%-52,2%) vizualizēšanas laika samazināšanu salīdzinot ar metodi Martins u.c.

Nākamā eksperimentālajā pārbaudē scēnu vizualizēšanai bija izmantota pieeja 1 stars uz pikseli. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseli. Eksperimenta gaitā bija vizualizēta 1 scēna, kura bija iegūta pēc reālas medicīnas objektu modelēšanas: galvaskausa iekšējās virsmas fragments un pataloģijas zona. Reālo objektu modelēšanas metodes aprakstītas promocijas darba 3.5. apakšnodaļā. Visas virsmas eksperimentālajā scēnā tika aprakstītas ar B-splaina virsmu palīdzību. Iegūtie attēli tika parādīti 10. att..

Pirmais kritērijs, ar kādu jānovērtē piedāvātās metodes vērtību ir iegūto attēlu kvalitāte. Kā var redzēt no iegūtiem attēliem abas piedāvātās metodes dod ekvivalentus attēlus un šie attēli dod labāku rezultātu no attēla kvalitātes viedokļa. Otrais kritērijs, ar kādu

jānovērtē piedāvātās metodes vērtību ir iegūto attēlu vizualizēšanas laiks. Attēlu vizualizēšanas laiki eksperimenta gaitā tiek parādīti 4. tabulā vidējā kolonnā.

4. tabula

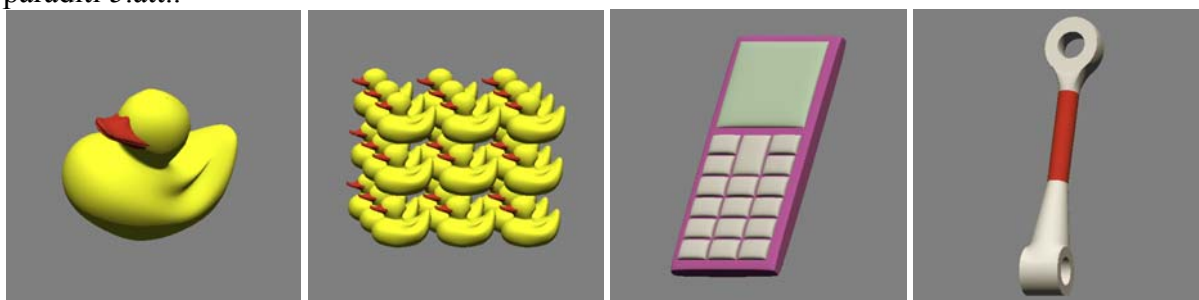
Attēlu vizualizēšanas laiks sekundēs un procentos

Metode	Vizualizēšanas laiks, min.	Vizualizēšanas laiks, %
Piedāvātā, balstoties uz visātrākā nobrauciena metodi	17,683	69,98%
Piedāvātā, balstoties uz gradienta metodi.	24,533	97,09%
Martins u.c.	25,267	100%

Kā var redzēt no 4.tabulas vidējās kolonnas datiem piedāvātā metode, kura balstās uz visātrākā nobrauciena metodi, dod vizualizēšanas laika samazinājumu eksperimenta ietvaros salīdzinājumā gan ar piedāvāto metodi, kura balstās uz gradienta metodi, gan ar esošo Martina algoritmu [62]. 4.tabulas labās kolonnas dati liecina, ka piedāvātā metode (balstoties uz visātrākā nobrauciena metodi) dod vizualizēšanas laika samazinājumu eksperimentā par 30,02% salīdzinot ar metodi Martins u.c. [62].

3D objekta, modelēta ar NURBS virsmu, vizualizēšanas pieejas staru trasēšanā aprobācija. Promocijas darba ietvaros tika piedāvāta jauna izstrādāta NURBS virsmu augstas kvalitātes vizualizēšanas metode, kura aprakstīta promocijas darba 3.3. apakšnodaļā. Lai novērtēt piedāvātās metodes vērtību praktiskos eksperimentos tika veikta salīdzinoša analīze ar algoritmu Martins u.c. kurš aprakstīts darbā [62]. Abas šīs metodes bija realizētas datorprogrammas veidā. Programmēšanas rīks eksperimentālā stadijā bija programmēšanas pakete CodeGear RAD Studio 2009 izmantojot programmēšanas vidi Delphi 2009.

Scēnu vizualizēšanai tika izmantota pieeja 1 stars uz pikseli. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseļi. Eksperimenta gaitā bija vizualizētas 4 scēnas: pirmajā scēnā tika vizualizēts eksperimentālais objekts – pīle, kura ņemta no VRML programmēšanas valodas standarta piemēriem, otrajā scēnā tika vizualizēts objekts no pirmās scēnas, kopā – 27 VRML pīles, trešajā scēnā tika vizualizēts eksperimentālais objekts – mobilais tālrunis un ceturtajā scēnā tika vizualizēts praktiskais objekts – modelēta mašīnbūves detaļa. Visas virsmu eksperimentālās scēnas tika aprakstītas ar NURBS virsmu palīdzību. Iegūtie attēli tika parādīti 5.att..



5. att. Eksperimentā izmantotās scēnas

Kā var redzēt no iegūtiem attēliem, kuri doti promocijas darbā 3.pielikumā, piedāvātā metode dod labāku rezultātu no attēla kvalitātes viedokļa.

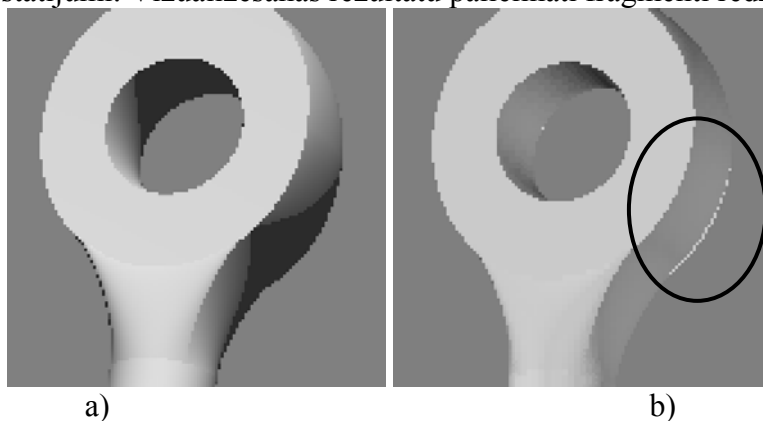
5. tabula

Attēlu vizualizēšanas laiks sekundēs un procentos

Scēna	Piedāvātā metode	Martins u.c. algoritms
”Pīle”	5,578 / 86,66%	6,437 / 100%
”27 pīles”	9,000 / 75,89%	11,860 / 100%
”Mobilais tālrunis”	4,297 / 79,25%	5,422 / 100%
”Mašīnbūves detaļa”	1,890 / 85,79%	2,203 / 100%

Attēlu vizualizēšanas laiki eksperimenta gaitā tiek parādīti 5.tabulā. Kā var redzēt no 5.tabulas datiem piedāvātā metode dod stabilu vizualizēšanas laika samazinājumu (salīdzinot ar esošām metodēm) eksperimenta ietvaros. 5.tabula liecina, ka piedāvātā metode dod vizualizēšanas laika samazināšanu 13,3% – 24,1% veiktajā eksperimentā salīdzinot ar algoritmu Martins u.c.

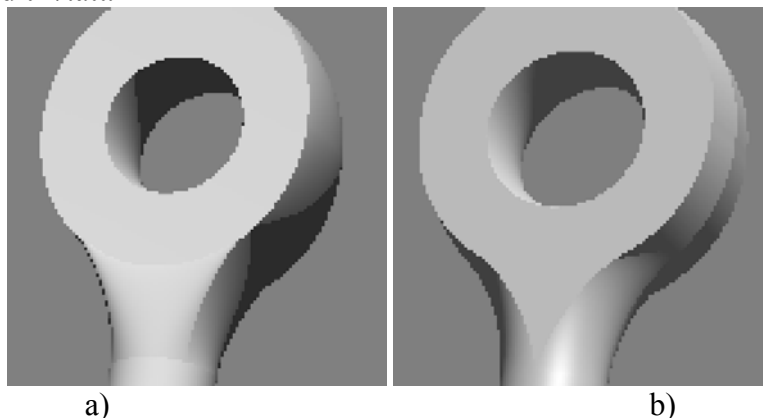
Nākamais eksperiments, kurš bija veikts aprakstīto eksperimentu pārbaudei ir salīdzinājums ar esošiem CAD – sistēmām. Eksperimenta ietvaros tika veikts salīdzinājums ar divām CAD sistēmām: Autodesk AutoCAD 2010 un Siemens Solid Edge ST3. Objekta piemēram bija izvēlēts objekts "Mašīnbūves detaļa". Lai veidotu objekta vizualizēšanu CAD - sistēmā Autodesk AutoCAD 2010 šis objekts tika izveidots ar NURBS virsmām vizualizēšanas programmā un tika importēts uz Autodesk AutoCAD 2010. Lai nodrošinātu korektu salīdzinājumu objekts tika iekrāsots vienā krasā un uzstādīti ekvivalenti izgaismošanas iestatījumi. Vizualizēšanas rezultātu palielināti fragmenti redzami 6.att..



6.att. Objekta "Mašīnbūves detaļa" vizualizēšana izmantojot:
a) piedāvāto metodi, b) Autodesk AutoCAD 2010

No 6.att. var redzēt, ka piedāvātā metode dod labāku rezultātu no attēla kvalitātes viedokļa, jo uz objekta nav izkropļošanas uz gabalvirsmas robežām. Attēlu vizualizēšanas laiki eksperimentā ir sekojošie: 1,89 sekundes izmantojot piedāvāto metodi; 10,24 sekundes izmantojot Autodesk AutoCAD 2010 vizualizēšanu. Kā var redzēt no minētiem datiem piedāvāta metode dod lielu vizualizēšanas laika samazinājumu eksperimenta ietvaros (starpība sastāda 5,4 reizes).

Lai veidotu objekta vizualizēšanu CAD – sistēmā Siemens Solid Edge ST3 šis objekts bija modelēts izmantojot Solid Edge ST3 rīkus. Lai nodrošinātu korektu salīdzinājumu objekts tika iekrāsots vienā krasā un uzstādīti ekvivalenti izgaismošanas iestatījumi. Lai veidotu salīdzinājumu precīzāk ir lietderīgi palielināt iegūto attēlu fragmentus. Palielinātie fragmenti ir parādīti 7.att.

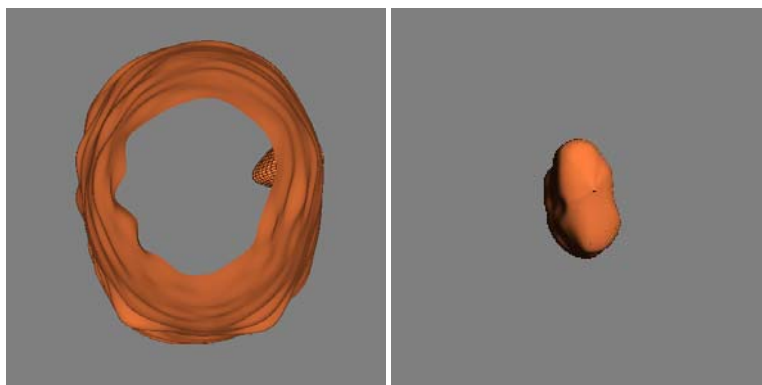


7.att. Objekta "Mašīnbūves detaļa" vizualizēšana izmantojot:
a) piedāvāto metodi, b) Siemens Solid Edge ST3

Kā var redzēt no iegūtiem attēliem piedāvātā metode dod ekvivalentu rezultātu no attēla kvalitātes viedokļa, bet var redzēt, ka objekta modeļi atšķiras jo eksistē modelēšanas ierobežojumi paketē Solid Edge ST3 (nav iespējams modelēt NURBS virsmu izmantojot to matemātisku aprakstu). Arī vizualizēšanas stadijā objekta modelis pārveidojas uz poligonālo modeli. Šis ierobežojums ietekmē vizualizēšanas rezultātu, kurš savukārt nivelējas ja attēla izmērs pikseļos nav liels, piemērām 512×512 (kā eksperimentā).

Attēlu vizualizēšanas laiki eksperimentam ir sekojošie: 1,89 sekundes izmantojot piedāvāto metodi; Paketē Siemens Solid Edge ST3 nav norādīts attēla vizualizēšanas laiks. To mērījumi ar papildlīdzekļiem dod visātrāko rezultātu 2,12 sekundes, ko var pieņemt par rezultātu. Kā var redzēt no minētiem datiem piedāvātā metode dod nelielu vizualizēšanas laika samazinājumu eksperimenta ietvaros (paātrinājums sastāda 14%).

Medicīnas objekta 3D modelēšanas izmantojot lokālo virsmas interpolāciju un tā tilpuma noteikšanas pieejas aprobācija uz medicīnas objektu piemēriem. Promocijas darba ietvaros tika piedāvāta reālo objektu modelēšanas metode, balstoties uz lokālas virsmas interpolāciju, kura, savukārt, balstās uz Kursa virsmas izmantošanu. Kā arī piedāvāts algoritms iegūtā modeļa tilpuma noteikšanai analītiskā veidā. Šis algoritms aprakstītas promocijas darba 3.4. apakšnodaļā. Lai novērtētu piedāvātas modelēšanas metodes vērtību praktiskos eksperimentos tika veikts medicīnas eksperta novērtējums. Lai novērtētu piedāvātā tilpuma noteikšanas algoritma vērtību, praktiskos eksperimentos tika veikta salīdzinoša analīze ar esošiem algoritmiem, kuri ir trapecoīdu metode un Cavalieri metode un kuri aprakstīti darbā [94]. Visas šī algoritmi bija realizētas datorprogrammas veidā. Programmēšanas rīks eksperimentālajā stadijā bija programmēšanas vide Borland Delphi 7.0. Eksperimentos izmantojamie ievaddati ir punktu topoloģiski ortogonālais masīvs 3D telpā. Šis masīvs iegūts no darbā [85] iegūtiem rezultātiem. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseļi. Iegūtie attēli izmantojot vizualizēšanu ar staru trasēšanas palīdzību tika parādīti 8.att..



8. att. Objektu vizualizēšana izmantojot piedāvāto metodi

Pēc iegūto modeļu vizualizēšanas bija iegūts eksperta pozitīvs novērtējums. Piedāvāta metode eksperimentālās pārbaudes laikā parādīja, ka izmantotā modelēšanas metode ir ļoti elastīga un jutīga pret ieejas datu mazu neprecizitāti. Objekta kropļojumi ir saistīti ar ieejas datu trūkumiem, kuri saistīti ar medicīnas attēlu segmentācijas neprecizitātēm un nav saistīti ar modelēšanas metodes trūkumiem.

Nākamais uzdevums, kurš bija risināts promocijas darba ietvaros ir 3D modeļa tilpuma noteikšana. Lai novērtēt piedāvātā izskaitļošanas algoritma vērtību, praktiskos eksperimentos tika veikta salīdzinoša analīze ar esošiem algoritmiem, kuri ir trapecoīdu metode un Cavalieri metode un kuri aprakstīti darbā [94]

Eksperimentāla pārbaude tika veikta uz trijiem 3D ģeometriskiem modeļiem: pirmais modelis ir modeļa objekts – lodes modelis ar iepriekš zināmu tilpuma vērtību, kura sastāda 40.478.780,46 nosacītas mērvienības, otrais un trešais pārbaudes modelis ir galvaskausa iekšējās virsmas fragmenta modelis un pataloģijas zonas modelis, kuri ir modelēšanas

metodes eksperimentālās pārbaudes rezultāti un kuri parādīti 8.att.. Eksperimentālās pārbaudes laikā modeļa tilpumi bija izskaitļoti izmantojot dažas tilpuma noteikšanas algoritmi. Modeļa tilpuma noteikšanas rezultāti tiek parādīti 6.tabulā.

6. tabula

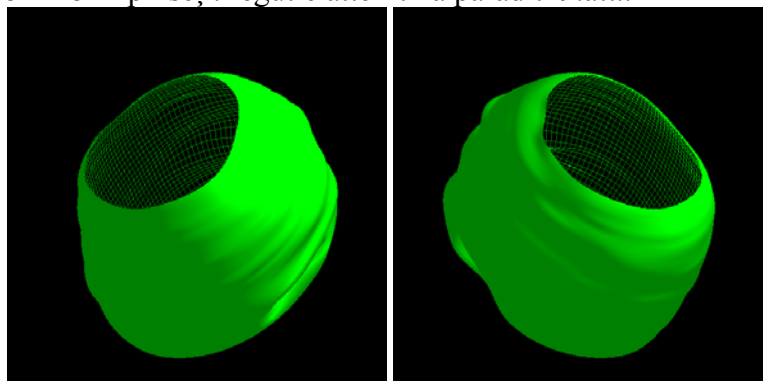
3D modeļa tilpuma noteikšanas rezultāti, nosacītas mērvienības un to kļūdas, procentos

Izskaitļošanas algoritms	”Modelēta lode”	”Galvaskausa iekšējās virsmas fragmenta modelis”	”Patoģijas zonas modelis”
Izskaitļošana analītiskā veidā	40.478.780,46 (etalons)	2.802.491,60 (etalons)	9.157,55 (etalons)
Grafiskā integrēšana 10×10	40.475.553,47 (7,97×10 ⁻³ %)	2.802.798,76 (1,10×10 ⁻² %)	9161,02 (0,0379%)
Grafiskā integrēšana 100×100	40.478.746,86 (8,30×10 ⁻⁵ %)	2.802.494,68 (1,10×10 ⁻⁴ %)	9.157,58 (3,79×10 ⁻⁴ %)
Trapeciodāla un Cavalieri metode	40.171.279,48 (0,760%)	2.825.806,26 (0,832%)	9.420,89 (2,88%)

Kā var redzēt no 6.tabulas datiem piedāvātais algoritms analītiskā veidā salīdzinājumā ar iepriekš zināmām vērtībām dod absolūti precīzu rezultātu uz modeļa objekta (”Lode”) piemēra. Arī 6.tabula liecina, ka piedāvātā tilpuma noteikšanas metode nodrošina augstāko precizitāti nekā iepriekš zināmās metodes (Trapeciodāla un Cavalieri [94]) arī izmantojot grafisko integrēšanas algoritmu. Gadījumā, ja praktiskos uzdevumos grafiska integrēšana nodrošina pietiekamu precizitātes līmeni, tad šādu algoritmu var izmantot analītiskas izskaitļošanas algoritma vietā. Esošās metodes (Trapeciodāla un Cavalieri [94]) sliktākais rezultāts no precizitātes viedokļa saistīts ar to, ka šīs metodes neņem vērā 3D modeļa formu starp griezumiem.

Medicīnas objekta 3D modelēšana izmantojot globālo virsmas interpolāciju un to vizualizēšana. Promocijas darba ietvaros tika piedāvāta reālo objektu modelēšanas metode, balstoties uz globālas virsmas interpolāciju, kura, savukārt, balstās uz B-splaina virsmas izmantošanu. Šī metode aprakstīta promocijas darba 3.5. apakšnodaļā. Piedāvātā modelēšanas metode bija realizēta datorprogrammas veidā. Programmēšanas rīks eksperimentālā stadijā bija programmēšanas vide Borland Delphi 7.0.

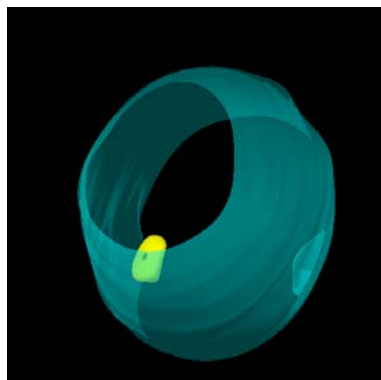
Eksperimentos izmantojamie ievaddati ir punktu topoloģiski ortogonālais masīvs 3D telpā, kurš iegūts no reālo pacientu galvas smadzeņu medicīnas attēliem grafiskajā formātā un DICOM formātā, kas iegūti ar datortomogrāfijas palīdzību. Šis masīvs iegūts no darbā [85] iegūtiem rezultātiem. Modelēšanas metodes darba rezultāts ir B-splaina virsma, kura apraksta viena objekta virsmu. Objektu un/vai scēnu, kuras tiek veidotas ar B-splaina masīvu palīdzību var vizualizēt izmantojot gan datorgrafikas standarta līdzekļus gan augstās kvalitātes vizualizēšanas metodi, kura aprakstīta promocijas darba 3.2. apakšnodaļā. Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseli. Iegūtie attēli tika parādīti 9.att..



9. att. Objekta ”Galvaskausa iekšējās virsmas fragments” modeļa vizualizēšana.

Pēc iegūto modeļu vizualizēšanas bija iegūts medicīnas eksperta pozitīvs novērtējums. Piedāvātā metode parādīja eksperimentālās pārbaudes laikā, ka izmantotā modelēšanas

metode ir nepietiekami elastīga un nav jutīga ieejas datu mazai neprecizitātei. Piedāvātās metodes izmantošana medicīnas objektu modelēšanas uzdevumos ir iespējama ar ierobežojumiem, jo piedāvātās metodes aprēķinu apjoms ir pārāk liels un ģeometriskā elastība nav pietiekama.

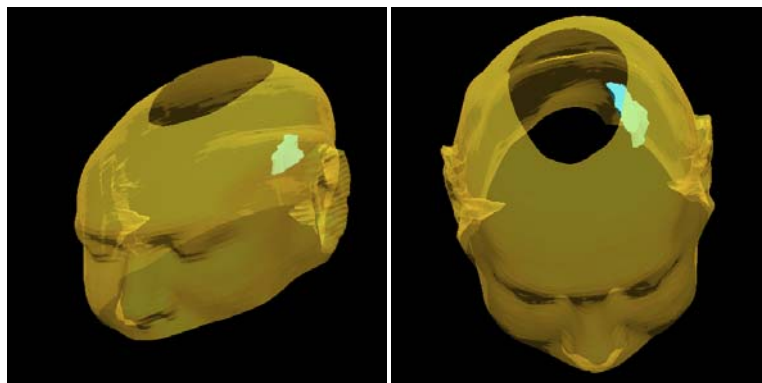


10. att. Medicīnas objektu scēnu vizualizēšana izmantojot piedāvāto vizualizēšanas metodi

Iegūtie modeļi bija arī izmantoti piedāvātās vizualizēšanas metodes eksperimentālai pārbaudei, kuras rezultāti tika parādīti 10. att..

Medicīnas objekta 3D modelēšana izmantojot lieklīnijas virsmas interpolāciju. Promocijas darba ietvaros tika piedāvāta reālo objektu modelēšanas metode, balstoties uz virsmas aproksimāciju, balstoties uz parametriskas virsmas ģenerēšanu ar parametriskām līknēm. Šī metode aprakstīta promocijas darba 3.6. apakšnodaļā. Piedāvātā modelēšanas metode bija realizēta datorprogrammas veidā. Programmēšanas rīks eksperimentālā stadijā bija programmēšanas pakete CodeGear RAD Studio 2009 izmantojot programmēšanas vidi Delphi 2009.

Eksperimentos izmantojamie ievaddati ir punktu topoloģiski ne-ortogonālais masīvs 3D telpā, kurš iegūts no datoru tomogrāfijas rezultātu apstrādes datiem [54]. Modelēšanas metodes darba rezultāts ir parametriskas virsmas masīvs. Viena virsma apraksta viena objekta fragmentu starp diviem griezumiem. Objektu un/vai scēnu, kura tiek veidota ar parametriskas virsmas masīvu palīdzību var vizualizēt izmantojot datorgrafikas standarta līdzekļus (grafisko bibliotēku OpenGL). Iegūto attēlu izmēri eksperimentos ir 512×512 pikseli. Iegūtie attēli ir parādīti 11.att..



11. att. Medicīnas objektu scēnu vizualizēšana

Pēc iegūto modeļu vizualizēšanas bija iegūts medicīnas eksperta pozitīvs novērtējums. Piedāvātā metode parādīja, eksperimentālās pārbaudes laikā, ka izmantotā modelēšanas metode ir pietiekami elastīga un jutīga pret ieejas datu nelielu neprecizitāti. Piedāvātās metodes izmantošana medicīnas objektu modelēšanas uzdevumos ir iespējama, jo pietiekami nodrošina ģeometrisku elastību un iegūtie rezultāti korekti apraksta reālo medicīnas objektu, kas ir pārbaudīts esošā eksperimentā.

3. PROMOCIJAS DARBA GALVENIE REZULTĀTI UN SECINĀJUMI

Promocijas darbā tika izvirzīts mērķis izstrādāt matemātiskas metodes un algoritmi parametriskas brīvas formas virsmas augstās kvalitātes vizualizēšanai un reālo objektu 3D ģeometriskai modelēšanai ar iespēju izskaitļot iegūtā modeļa tilpumu, to praktiski realizēt programmatūras sistēmā un veikt izstrādātās sistēmas eksperimentālu pārbaudi. Izvirzītā mērķa sasniegšanai ir atrisināti šādi uzdevumi:

- Balstoties uz vizualizēšanas pieejas izpēti tika pamatota veiktā vizualizēšanas pamatmetodes izvēle parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanai. Tika izpētīti ar to saistītie algoritmi ar mērķi identificēt to trūkumus un ierobežojumus;
- Balstoties uz iepriekšējā uzdevuma risināšanas rezultātiem definēt prasības un izstrādāt jaunu algoritmu parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanai staru trasēšanā, kā arī veikt to eksperimentālo pārbaudi un salīdzinājumu ar eksistējošu CAD – sistēmu vizualizēšanas iespējām;
- Balstoties uz ģeometriskas modelēšanas metožu izpētes rezultātiem novērtēt esošas virsmas modelēšanas (interpolēšanas) metodes izmantošanas iespēju reālo objektu modelēšanas uzdevumos;
- Reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metodes eksperimentāla pārbaude uz medicīnas objektu piemēriem;
- Iegūto 3D ģeometrisko modeļu tilpuma noteikšanas analītiskas metodes izstrāde un to eksperimentāla pārbaude.

Darba teorētiskais jaunieguvums un vērtība

Risinot minētās problēmas, promocijas darbā ir sasniegti šādi galvenie teorētiskie rezultāti

- Balstoties uz esošo algoritmu analīzi ir pamatota parametriskas brīvas formas virsmas jaunas vizualizēšanas algoritmu nepieciešamība;
- Izstrādātas jaunas metodes neracionālas parametriskas brīvas formas virsmas (Bezjē un B-splaina virsmas) vizualizēšanai;
- Izstrādāta jauna metode racionālas parametriskas brīvas formas virsmas (NURBS virsmas) vizualizēšanai;
- Izstrādāta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas lokālas virsmas interpolācijas metode balstoties uz objekta interpolēšanu ar bikubiskas Kunsas virsmas kopu;
- Izstrādāta jauna 3D ģeometriskā modeļa tilpuma noteikšanas analītiska metode;
- Izstrādāta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas globālas virsmas interpolācijas metode balstoties uz objekta interpolēšanu ar B-splaina virsmas palīdzību;
- Izstrādāta reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metode balstoties uz virsmas izveidi ar parametriskās līknes palīdzību balstoties uz ģeometriskas līknes aproksimācijas metodi.

Darba praktiskā vērtība

Darba izstrāde ir ļāvusi sasniegt šādus praktiskos rezultātus:

- Parādīta izstrādāto neracionālo (Bezjē un B-splaina) virsmu vizualizēšanas algoritma efektivitāte un priekšrocības salīdzinājumā ar esošiem algoritmiem, kuri aprakstīti [66], [62], [112] un [26] Bezjē virsmas gadījumā un [62] B-splaina virsmas gadījumā. Piedāvātais algoritms nodrošina 3D scēnu vizualizēšanu ar labu iegūto attēlu kvalitāti un mazāko attēlu ģenerēšanas laiku;
- Parādīta izstrādāto racionālo (NURBS) virsmu vizualizēšanas algoritma efektivitāte un priekšrocības salīdzinājumā ar esošo algoritmu, kuri aprakstīti darbā [62]. Piedāvātais algoritms nodrošina 3D scēnu vizualizēšanu ar labu iegūto attēlu kvalitāti un mazāko attēlu ģenerēšanas laiku;
- Piedāvātās vizualizēšanas metodes tika izmantoti praktisko uzdevumu risināšanai. Salīdzinājums uz reālo objekta (mašīnbūves detaļa) piemēra starp piedāvātās metodes

- Parādīta izstrādāto reālo objektu 3D ģeometriskas virsmas interpolācijas metodes efektivitāte eksperimentālā pārbaudē;
- Parādīta izstrādāto 3D ģeometriskā modeļa tilpuma noteikšanas analītiskas metodes efektivitāte eksperimentālā pārbaudē uz medicīnas objektiem. Salīdzinoša analīze ar esošām tilpuma noteikšanas metodēm parāda piedāvātās metodes priekšrocību no darba rezultāta precizitātes viedokļa;
- Parādīta izstrādāto reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas efektivitāte, balstoties uz virsmas izveidi ar līknes aproksimāciju;
- Piedāvātās modelēšanas metodes tika izmantotas praktisko uzdevumu risināšanai. Iegūto rezultātu uz reālo objekta (medicīnas objekti) piemēra, medicīnas eksperta pozitīvais novērtējums pierādīja piedāvātās metodes praktisko efektivitāti.

Turpmāko pētījumu iespējamie virzieni

Darba autors, izstrādājot parametriskas brīvas formas vizualizēšanas algoritmu, reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metodes, kā arī to eksperimentālo pārbaudi, saskata tālākas piedāvāto matemātiskas metodes un algoritmu pilnveidošanas un attīstības iespējas, kas ļauj formulēt vairākus turpmāko pētījumu virzienus. Galvenie šo turpmāko pētījumu iespējamie virzieni ir šādi:

- Dalītās un paralēlās datu apstrādes principu realizācija brīvas formas virsmu vizualizēšanas staru trasēšanas izskaitļošanas procesā;
- Vizuālo efektu piesaiste brīvas formas virsmas vizualizēšanas staru trasēšanā un to realizācijas iespēju izpēte staru trasēšanā;
- Paātrinājuma datu struktūru izpēte un izstrāde parametriskas brīvas formas virsmas vizualizēšanai staru trasēšanā;
- Citu vizualizēšanas metožu (vispirms izstarošanas metodes) kombinēšanas iespēju izpēte ar staru trasēšanu ar mērķi palielināt 3D scēnu iegūto attēlu realitātes pakāpi;
- Reālo objektu 3D ģeometriskas modelēšanas metodes tālāka attīstība ar mērķi uzlabot iegūtā modeļa kvalitāti.

4. DARBA APROBĀCIJA

Par promocijas darba galvenajiem rezultātiem ir nolasīti 14 referāti starptautiskās zinātniskajās konferencēs, kā arī ir publicēti 15 zinātniskie raksti.

4.1. Uzstāšanās konferencēs

Par promocijas darba galvenajiem rezultātiem ir nolasīti referāti 14 starptautiskās zinātniskajās konferencēs:

1. The 19th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2011, Plzen, Czech Republic, January 31 – February 3, 2011.
2. The 14th International Conference on Biomedical Engineering, Kaunas, Lithuania, October 28-29, 2010.
3. RTU 51. Starptautiskā zinātniskā konference. Rīga, 11.-15. oktobris, 2010.
4. The 9th International Conference on Global Research and Education Inter-Academia 2010, Riga, Latvia, August 9-12, 2010.
5. The 13th International Conference on Biomedical Engineering, Kaunas, Lithuania, October 29-30, 2009.
6. RTU 50. Starptautiskā zinātniskā konference. Rīga, 12.-16. oktobris, 2009.

7. The 17th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2009, Plzen, Czech Republic, February 2-5, 2009.
8. The 12th International Conference on Biomedical Engineering, Kaunas, Lithuania, October 23-24, 2008.
9. RTU 49. Starptautiskā zinātniskā konference. Rīga, 13.-15. oktobris, 2008.
10. The 4th International Conference on Computer Science and Information Systems, Athens, Greece, July 21-24, 2008.
11. The 18th International conference on Computer Graphics and Vision GraphiCon'2008, Moscow, Russia, June 23-27, 2008.
12. The 14th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference MELECON'2008, Ajaccio, France, May 5-7, 2008.
13. RTU 48. Starptautiskā zinātniskā konference. Rīga, 11.-13. oktobris, 2007.
14. RTU 47. Starptautiskā zinātniskā konference. Rīga, 12.-14. oktobris, 2006.

4.2. Publikācijas

Pētījumu rezultāti ir atspoguļoti 15 zinātniskajās publikācijās, ieskaitot 1 grāmatas "Recent Advances in Computing and Management Information Systems" nodaļu, 1 publikāciju zinātniskajā žurnālā "International Journal of Advanced Materials Research" un 13 publikācijās starptautiskos Latvijas Zinātnes padomes atzītos zinātniskajos izdevumos:

1. Sisojevs A., Glazs A. An Efficient Approach to Direct NURBS Surface Rendering for Ray Tracing// The 19th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2011 proceedings. – Plzen: University of West Bohemia, 2011. – pp. 9 – 12. (Database: Thompson Reuters ISI)
2. Krechetova K., Sisojevs A., Glazs A., Platkajis A. Medical Image Region Extraction and 3D Modeling Based on Approximating Curves// International Journal of Advanced Materials Research. – Trans Tech Publications: Switzerland, 2011. – Vol. 222, – pp. 285 – 288. (Database: Scientific.Net)
3. Sisojevs A., Glazs A. Racionālo parametrisko virsmu vizualizēšanas pieeja izmantojot staru trasēšanu// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 42. – Rīga: RTU, 2010. – 13. – 18. lpp. (Database: EBSCOhost)
4. Sisojevs A., Glazs A. Volume estimation of 3D object modelled by parametrical iso-surfaces// Biomedical Engineering Proceedings of International Conference. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2010. – 220 – 223 p.
5. Sisojevs A., Glazs A. 3D objektu vizualizēšana izmantojot B-spline funkcijas un staru trasēšanu// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 39. – Rīga: RTU, 2009. – 15. – 22. lpp. (Database: EBSCOhost)
6. Sisojevs A., Glazs A. Medical object 3D modelling using B-spline surface// Biomedical Engineering Proceedings of International Conference. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2009. – 168 – 171 p.
7. Sisojevs A., Glazs A. A New Approach for High-quality Visualization of Bézier Surfaces// Recent Advances in Computing and Management Information Systems. – Athens: Athens Institute for Education and Research, 2009. – 19 – 25 p.
8. Sisojevs A., Krechetova K., Glazs A. 3D Modeling of Free-Form Object (Interpolation, Visualization and Volume Estimation)// The 17th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2009 proceedings. – Plzen: University of West Bohemia, 2009. - 125 - 128 p. (Database: Thompson Reuters ISI)
9. Sisojevs A., Glazs A. Efficient approach to direct B-spline surface rendering by a ray tracing// The 17th International Conference on Computer Graphics, Visualization and

10. Sisojevs A., Glazs A. Brīvo formu virsmu interpolācija un to vizualizācija ar datorgrafikas standartlīdzekļiem// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 35. – Rīga: RTU, 2008. – 10. – 17. lpp. (Database: EBSCOhost)
11. Sisojevs A., Glazs A. Efficient approach of medical objects 3D visualization// Biomedical Engineering Proceedings of International Conference. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2008. – 222 – 224 p.
12. Sisojevs A., Glazs A. A new approach to Bézier surface visualization by a ray tracing method// Conference Proceeding 18th International Conference on Computer Graphics & Vision GraphiCon 2008. – Moscow: Moscow State University, 2008. – 304 p.
13. Sisojevs A., Glazs A. An new approach of visualization of free – form surfaces by a ray tracing method// The 14th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference Proceedings. – Ajaccio: IEEE, 2008. – 872 – 875 p. (Databases: IEEE Xplore, Scopus)
14. Sisojevs A., Glazs A. Visualization of Free – form Surfaces by a Ray Tracing Method// Scientific Proceedings of Riga Technical University, Computer Science, part 5, volume 32. – Riga: RTU, 2007. – 7 – 13 p.
15. Sisojevs A. Staru trasēšana un bilineāru virsmu vizualizācija// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 27. – Rīga: RTU, 2006. – 35. – 41. lpp.

5. LITERATŪRA

- [1] Adams B. et al. Efficient Raytracing of Deforming Point-Sampled Surfaces// Proceedings of the European Association for Computer Graphics 26th Annual Conference Eurographics 2005. – Dublin, Ireland: Eurographics, 2005. – pp. 677 - 684.
- [2] Albert O., Geimer M., Müller S. Direct and Fast Ray Tracing of NURBS Surfaces// Proceedings of the 2006 IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing. – Salt Lake City, USA: IEEE Computer Society, 2006. – pp. 161 – 168.
- [3] Anderson C.W., Crawford-Hines S. Fast Generation of NURBS Surfaces from Polygonal Mesh Models of Human Anatomy// Technical Report CS-99-101, Department of Computer Science, Colorado State University, Fort Collins, CO, 1999.
- [4] Balázs Á., Guthe M., Klein R. Efficient trimmed NURBS tessellation// Journal of WSCG – 2004. – Vol. 12, No. 1-3. – pp. 27 – 33.
- [5] Barth W., Stürzlinger W. Efficient ray tracing for Bezier and B-spline surfaces// Computers&Graphics – 1993. – Nr. 17(4). – pp. 423 – 430.
- [6] Benthin C. Realtime Ray Tracing on current CPU Architectures// Doctor's thesis, Computer Graphics Group, Saarland University, Saarbrücken, Germany. – 2006. – 210 p.
- [7] Benthin C., Wald I., Slusallek P. Interactive Ray Tracing of Free-Form Surfaces// Proceedings of 3rd international conference Afrigraph'04. – Stellenbosch, South Africa: ACM Press, 2004. – 99 – 106 p.
- [8] Benthin C. et al. Packet-based Ray Tracing of Catmull-Clark Subdivision Surfaces// SCI Institute, University of Utah, Technical Report #UUSCI-2007-011, 2007.
- [9] Bigler J., Stephens A., Parker S.G. Design for Parallel Interactive Ray Tracing Systems// Proceedings of the IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing. – Salt Lake City, USA: IEEE Computer Society, 2006. – pp. 187 – 196.
- [10] Boulos S. et al. Interactive Distribution Ray Tracing// Technical Report, SCI Institute, University of Utah, No UUSCI-2006-022, 2006.

- [11] Campagna S., Slusallek P. Improving Bézier clipping and Chebyshev boxing for Ray Tracing Parametric Surfaces// Proceedings of international conference "3D Image Analysis and Synthesis '96". – Erlangen, Germany: Erlangen University, 1996. – pp. 95 – 102.
- [12] Campagna S., Slusallek P., Seidel H.-P. Ray tracing of spline surfaces, Bézier clipping, Chebyshev boxing, and bounding volume hierarchy – a critical comparison with new results// *The Visual Computer*. – 1997. – Vol.13, – pp. 265-282.
- [13] Catmull E. E. A subdivision algorithm for computer display of curved surfaces// Doctor's thesis, Department of Computer Science, University of Utah, Salt Lake City, US. – 1974. – 83 p.
- [14] Computer graphics: principles and practice (2nd ed.)/ J.D. Foley et al. – Boston, USA: Addison-Wesley Longman Publishing Co., 1990. – 1174 p.
- [15] Coons S.A. Surfaces for Computer-Aided Design of Space Forms// Technical Report: TR-41, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1967. – 105 p.
- [16] Cox M.G. The numerical evaluation of B-splines// *IMA Journal of Applied Mathematics*. – 1972. Volume 10, – pp. 134–149.
- [17] de Boor C. On calculating with B-splines// *Journal Approximation Theory* – 1972. Volume 6, – pp. 50 – 62.
- [18] Dietrich A. et al. Realistic and Interactive Visualization of High-Density Plant Ecosystems// Proceedings of Eurographics Workshop on Natural Phenomena. – Dublin, Ireland: Eurographics, 2005. – pp. 73 – 81.
- [19] Dietrich A. et al. The OpenRT Application Programming Interface – Towards A Common API for Interactive Ray Tracing// Proceedings of the 2003 OpenSG Symposium. – Darmstadt, Germany: Eurographics, 2003. – pp. 23-31.
- [20] Dietrich A., Marmitt G., Slusallek P. Terrain Guided Multi-Level Instancing of Highly Complex Plant Populations// Proceedings of the IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing. – Salt Lake City, USA: IEEE Computer Society, 2006. pp. 169 – 176.
- [21] Dietrich A., Wald I., Slusallek P. Large-Scale CAD Model Visualization on a Scalable Shared-Memory Architecture// Proceedings of Vision, Modeling, and Visualization. – Erlangen, Germany: Erlangen University, 2005. – pp. 303 – 310.
- [22] Djeu P. et al. Razor: An Architecture for Dynamic Multiresolution Ray Tracing// Technical Report TR-07-52, Department of Computer Science, The University of Texas at Austin, 2007.
- [23] Dmitriev K.A. Efficiency issues on Ray Tracing Machine// Conference Proceeding 10th International Conference on Computer Graphics & Vision GraphiCon 2000. – Moscow: Moscow State University, 2000. – pp.99 – 103.
- [24] Dmitriev K. et al. Interactive Global Illumination Using Selective Photon Tracing// Proceedings of the 13th Eurographics Workshop on Rendering. – Pisa, Italy: Eurographics, 2002. – pp. 25 – 36.
- [25] Duckstein F., Kolla R. Ray tracing of parametric surfaces based on adaptive simplicial complexes// Technical report. – Würzburg: The University of Würzburg, 1998.
- [26] Efremov A. Havran V. Seidel H.-P. Robust and Numerically Stable Bezier Clipping Method for Ray Tracing NURBS Surfaces// In Proceedings of the 21st Spring Conference on Computer Graphics SCCG'05 - Budmerice, Slovakia: Comenius University, 2005. – 127 – 135 p.
- [27] Efremov A. Efficient Ray Tracing of Trimmed NURBS Surfaces// Master's thesis, Computer Graphics Group, Max-Planck-Institut für Informatik, Saarbrücken, Germany. – 2005. – 162 p.
- [28] Fisher J., Lowther J., Shene C.-K. Curve and surface interpolation and approximation: knowledge unit and software tool// Proceedings of the 9th annual SIGCSE conference on Innovation and technology in computer science education. – Leeds, UK: SIGCSE, 2004. – pp. 146 – 150.

- [29] Flórez J. et al. Improved Adaptive Antialiasing for Ray Tracing Implicit Surfaces
- [30] Formella A., Gill C. Ray Tracing: A Quantitative Analysis and a New Practical Algorithm// *The Visual Computer*. – 1995. – Vol.11, – pp. 465 – 476.
- [31] Formella A., Müller K. Bended Surfaces for Ray Tracing: A Fast View-Dependent Algorithm// . In H.P. Seidel, B. Girod, H. Niemann (Eds.), *Proceedings of 3D Image Analysis and Synthesis '97*. infix, Sankt Augustin, ISBN 3-89601-007-7, pp. 19-26, November 1997.
- [32] Geimer M., Albert O. Interactive ray tracing of trimmed bicubic Bézier surfaces without triangulation// *The 13th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2005 Full Papers Conference Proceedings*. – Plzen: University of West Bohemia, 2005. – 71 – 78 p.
- [33] Goral C.M. et al. Modeling the Interaction of Light between Diffuse Surfaces. *Computer Graphics //Journal Computer Graphics*. – 1984. - Vol. 18, Num. 3, - pp. 213 - 222.
- [34] Guthe M., Balázs Á., Klein R. GPU-based trimming and tessellation of NURBS and T-Spline surfaces// *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2005*. – New York: ACM, 2005. – PP. 1016 – 1023.
- [35] Guthe M., Meseth J., Klein R. Fast and memory efficient view-dependent trimmed NURBS rendering// *Proceedings of the 10th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. – Washington, USA: IEEE, 2002, pp. 204 – 213.
- [36] Günther J. Realtime Caustics using Distributed Photon Mapping// *Diploma work, Computer Graphics Group, Saarland University, Saarbrücken, Germany*. – 2004. – 58 p.
- [37] Günther J. et al., Efficient Acquisition and Realistic Rendering of Car Paint// *Proceedings of Vision, Modelling, and Visualization (VMV) 2005*. – Erlangen, Germany: VMV, 2005, pp. 487 - 494.
- [38] Günther J. et al. Ray Tracing Animated Scenes using Motion Decomposition// *Proceedings of the European Association for Computer Graphics 27th Annual Conference Eurographics 2006*. – Vienna, Austria: Eurographics, 2006. – pp. 517 – 525.
- [39] Günther J. Wald I., Seidel H.-P. Precomputed Light Sets for Fast High Quality Global Illumination// *Proceedings of ACM SIGGRAPH 2005*. – New York: ACM, 2005.
- [40] Günther J. Wald I., Slusallek P. Realtime Caustics Using Distributed Photon Mapping// *Proceeding of the 15th Eurographics Symposium on Rendering*. – Norrköping, Sweden: Eurographics, 2004. – pp. 111 – 121.
- [41] Havran V. Heuristic Ray Shooting Algorithms// *Doctor's thesis, Department of Computer Science and Engineering, Faculty of Electrical Engineering, Czech Technical University, Prague*. – 2000. – 220 p.
- [42] Hearn D.D., Baker M.P. *Computer Graphics with OpenGL*, 3rd Ed., Prentice Hall, 2004. – 880 p.
- [43] Hill F.S. *Computer Graphics Using Open GL (2nd Edition)*. – New Jersey.: Prentice Hall PT, 2000. – 922 p.
- [44] Himmelblau D.M. *Applied Nonlinear Programming*, – McGraw-Hill Book Company, 1972. – 416 p.
- [45] Hurley J. Ray Tracing Goes Mainstream// *Intel Technology Journal*. – 2005. – Volume 9, Issue 2. – pp. 99 – 108.
- [46] Immel D.S., Cohen M.F., Greenberg D.P. A radiosity method for non-diffuse environments// *Journal ACM SIGGRAPH Computer Graphics*. – 1986. – Volume 20, Issue 4. pp. 133 -142.
- [47] Ize T. et al. An Evaluation of Parallel Grid Construction for Ray Tracing Dynamic Scenes// *Proceedings of the IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing 2006*. – Salt Lake City, USA: IEEE, 2006. – pp.47 – 55.

- [48] Joy K.I., Bhetanabhotla M.N. Ray tracing parametric surface patches utilizing numerical techniques and ray coherence// Journal ACM SIGGRAPH Computer Graphics. – 1986. - Volume 20, Issue 4. - pp. 279-285.
- [49] Kajiya J.T. Ray Tracing Parametric Patches// Proceedings of the 9th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. – Boston: SIGGRAPH, 1982. – pp. 245 – 254.
- [50] Kajiya J.T. The Rendering Equation// Journal ACM SIGGRAPH Computer Graphics. – 1986. - Volume 20, Issue 4. - pp. 143-150.
- [51] Kobbelt L., Daubert K., Seidel H.-P. Ray Tracing of Subdivision Surfaces// Proceedings of the 9th Eurographics Workshop on Rendering. – Vienna, Austria: 1998. – pp. 69 – 80.
- [52] Krechetova K., Sisojevs A., Glazs A., Platkajis A. Medical Image Region Extraction and 3D Modeling Based on Approximating Curves// International Journal of Advanced Materials Research. – Trans Tech Publications: Switzerland, 2011. – Vol. 222, – pp. 285 – 288.
- [53] Krechetova K., Glaz A. Development of a new segmentation method for medical images// The 11th International conference on Biomedical Engineering proceeding. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2007. – 133 – 136 p.
- [54] Krechetova K., Glaz A. Pathology zone volume estimation in 3D medical images of a brain// The 12th International conference on Biomedical Engineering proceeding. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2008. – 225 – 228 p.
- [55] Krechetova K., Glaz A. Contour extraction and processing in CT images// The 13th International conference on Biomedical Engineering proceeding. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2009. – 172 – 175 p.
- [56] Krečetova K., Glazs A. Patoloģijas zonu tilpuma noteikšana 3D medicīnas attēlos// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 35. – Rīga: RTU, 2008. – 18. – 26. lpp.
- [57] LaMothe A. Tricks of the 3D Game Programming Gurus–Advanced 3D Graphics and Rasterization – Indianapolis, USA: Sams Publishing, 2003. – 1728 p.
- [58] Lischinski D., Gonczarowski J. Improved Techniques for Ray Tracing Parametric Surfaces// The Visual Computer. – 1990. – Vol.6, Issue3 – pp. 134 – 152.
- [59] Lischinski D., Tampieri F., Greenberg D.P. A Discontinuity Meshing Algorithm for Accurate Radiosity// IEEE Computer Graphics and Applications. – 1992. – Vol. 12, Num. 6. – pp. 25–39.
- [60] Lohse M. Realtime Network-Integrated Multimedia Middleware, Services, and Applications// Doctor's thesis, Computer Graphics Group, Saarland University, Saarbrücken, Germany. – 2005. – 390 p.
- [61] Marmitt G. et al. Fast and Accurate Ray-Voxel Intersection Techniques for Iso-Surface Ray Tracing// Proceedings of Vision, Modelling, and Visualization (VMV) 2004. – Stanford, USA: VMV, 2004, – pp. 429 – 435.
- [62] Martin W. et al. Practical Ray Tracing of Trimmed NURBS Surfaces// Journal of Graphics Tools – 2000. – Volume 5, Issue 1. – pp. 27 – 52.
- [63] Muuss M.J. Towards Real-Time Ray-Tracing of Combinatorial Solid Geometric Models// In Proceedings of BRL-CAD Symposium. – Aberdeen Proving Ground, MD, 1995.
- [64] Müller K., Techmann T., Fellner D.W. Adaptive Ray Tracing of Subdivision Surfaces// Proceedings of the European Association for Computer Graphics 24th Annual Conference Eurographics 2003. – Granada, Spain: Eurographics, 2003. – pp. 535 – 562.
- [65] Nakamaru K., Ohno Y. Ray tracing for curves primitive// Journal of WSCG – 2002. – Vol. 10, No. 2. – pp. 311-316.

- [66] Nishita T., Sederberg T.W., Kakimoto M. Ray tracing trimmed rational surface patches// Proceedings of the 17th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. – Dallas: ACM Press, 1990. – 337 – 345 p.
- [67] Pacheco X. Delphi for .NET Developer's Guide. – Indianapolis, USA: Sams Publishing, 2004. – 888 p.
- [68] Phong B.-T. Illumination for computer generated pictures// Journal Communications of the ACM – 1975. – Volume 18, Number 6 – pp. 311–317.
- [69] Piegl L., Tiller W. The NURBS book. (Monographs in Visual Communication).- Springer-Verlag, 1997. – 646 p.
- [70] Pomi A. Realtime Interactive Mixed Reality Rendering in a Distributed Ray Tracing Framework// Doctor's thesis, Computer Graphics Group, Saarland University, Saarbrücken, Germany. – 2005. – 194 p.
- [71] Purcell T.J. et al. Ray Tracing on Programmable Graphics Hardware// Proceedings of ACM SIGGRAPH 2002. – New York: ACM, 2002. – pp. 703 – 712.
- [72] Reis G. et al. High-Quality Rendering of Quartic Spline Surfaces on the GPU// IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics – 2008. – Nr. 14(5). – pp. 1126 – 1139.
- [73] Rogers D.F., Adams J.A. Mathematical Elements for Computer Graphic, 2nd Ed. – Boston: McGraw-Hill, 1990. – 611 p.
- [74] Rogers D.F. Procedural Elements for Computer Graphics, 2nd Ed. – Boston: McGraw-Hill Book Company, 1997. – 752 p.
- [75] Rubin S.M., Whitted T. A 3-Dimensional Representation for Fast Rendering of Complex Scenes// Journal ACM SIGGRAPH Computer Graphics. – 1980 – Volume 14, Issue 3. – pp. 110–116.
- [76] Schmittler J. SaarCOR A Hardware-Architecture for Realtime Ray Tracing// Doctor's thesis, Computer Graphics Group, Saarland University, Saarbrücken, Germany. – 2006. – 202 p.
- [77] Schollmeyer A., Froehlich B. Direct Trimming of NURBS Surfaces on the GPU// Journal ACM Transactions on Graphics (TOG) – 2009 – Volume 28, Issue 3, Article No. 47.
- [78] Siliņa B. Rokasgrāmata matemātikā. – Rīga. Zvaigzne ABC, 2006. – 367. lpp.
- [79] Sisojevs A., Glazs A. An Efficient Approach to Direct NURBS Surface Rendering for Ray Tracing// The 19th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2011 proceedings. – Plzen: University of West Bohemia, 2011. – pp. 9 – 12.
- [80] Sisojevs A., Glazs A. Racionālo parametrisko virsmu vizualizēšanas pieeja izmantojot staru trasēšanu// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 42. – Rīga: RTU, 2010. – 13. – 18. lpp.
- [81] Sisojevs A., Glazs A. Volume estimation of 3D object modelled by parametrical iso-surfaces// Biomedical Engineering Proceedings of 14th International Conference. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2010. – 220 – 223 p.
- [82] Sisojevs A., Glazs A. 3D objektu vizualizēšana izmantojot B-spline funkcijas un staru trasēšanu// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 39. – Rīga: RTU, 2009. – 15. – 22. lpp.
- [83] Sisojevs A., Glazs A. Medical object 3D modelling using B-spline surface// The 13th International conference on Biomedical Engineering proceeding. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2009. – 168 – 171 p.
- [84] Sisojevs A., Glazs A. A New Approach for High-quality Visualization of Bézier Surfaces// Recent Advances in Computing and Management Information Systems. – Athens: Athens Institute for Education and Research, 2009. – 19 – 25 p.
- [85] Sisojevs A., Krechetova K., Glazs A. 3D Modeling of Free-Form Object (Interpolation, Visualization and Volume Estimation)// The 17th International

- [86] Sisojevs A., Glazs A. Efficient approach to direct B-spline surface rendering by a ray tracing// The 17th International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision WSCG'2009 proceedings. – Plzen: University of West Bohemia, 2009. - 13 - 16 p.
- [87] Sisojevs A., Glazs A. Brīvo formu virsmu interpolācija un to vizualizācija ar datorgrafikas standartlīdzekļiem// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 35. – Rīga: RTU, 2008. – 10. – 17. lpp.
- [88] Sisojevs A., Glazs A. Efficient approach of medical objects 3D visualization// The 12th International conference on Biomedical Engineering proceeding. – Kaunas: Kaunas University of Technology, 2008. – 222 – 224 p.
- [89] Sisojevs A., Glazs A. A new approach to Bézier surface visualization by a ray tracing method// Conference Proceeding 18th International Conference on Computer Graphics & Vision GraphiCon 2008. – Moscow: Moscow State University, 2008. – 304 p.
- [90] Sisojevs A., Glazs A. An new approach of visualization of free – form surfaces by a ray tracing method// The 14th IEEE Mediterranean Electrotechnical Conference Proceedings. – Ajaccio: IEEE, 2008. – 872 – 875 p.
- [91] Sisojevs A., Glazs A. Visualization of Free – form Surfaces by a Ray Tracing Method// Scientific Proceedings of Riga Technical University, Computer Science, part 5, volume 32. – Riga: RTU, 2007. – 7 – 13 p.
- [92] Sisojevs A. Staru trasēšana un bilineāru virsmu vizualizācija// Rīgas Tehniskās universitātes zinātniskie raksti, Datorzinātne, sērija 5., sējums 27. – Rīga: RTU, 2006. – 35. – 41. lpp.
- [93] Slusallek P. Vision An Architecture for Physically-Based Rendering// Doctor's thesis, Der Technischen Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen, Germany. – 1995. – 288 p.
- [94] Smitha S., Revathy K., Kesavadas C. Segmentation and Volume Estimation of Brain tissues from MR Images// The International MultiConference of Engineers and Computer Scientists Proceeding. – Hong Kong: International Association of Engineers, 2006. – p. 543 – 547.
- [95] Stephens A. et al. An Application of Scalable Massive Model Interaction using Shared-Memory Systems// Proceeding of the Eurographics Symposium on Parallel Graphics and Visualization. – Braga, Portugal: Eurographics, 2006. – pp. 19 – 26.
- [96] Strothotte T., Schlechtweg S. Non-Photorealistic Computer Graphics: Modeling, Rendering, and Animation. – Morgan Kaufmann Publisher, 2002. – 496 p.
- [97] Stürzlinger W. Ray Tracing Triangular Trimmed Free Form Surfaces// IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. – 1998. – Volume 4, Issue 3. – pp. 202 – 214.
- [98] Šteiners K. Augstākā matemātika VI// Rīga: Zvaigzne ABC, 2001. – 208.lpp.
- [99] Taha H.A. Operations Research: an Introduction, 7th Ed. – New Jersey: Prentice Hall, 2003. – 848 p.
- [100] Toth D.L. On ray tracing parametric surfaces// Journal ACM SIGGRAPH Computer Graphics. – 1985. – Volume 19, Issue 3. – pp. 171 – 179.
- [101] Váša L. Methods for Size Reduction of Dynamic Meshes// Doctor's thesis, Department of Computer Science and Engineering, Faculty of Applied Sciences, University of West Bohemia, Pilsen, Czech Republic. – 2008. – 174 p.
- [102] Wald I. et al. Applying Ray Tracing for Virtual Reality and Industrial Design // Proceedings of the IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing 2006. – Salt Lake City, USA: IEEE, 2006. – pp.177 – 185.

- [103] Wald I. et al. Faster Isosurface Ray Tracing using Implicit KD-Trees// IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics – 2005. – Nr. 11(5). – 562 – 572 p.
- [104] Wald I. et al. Interactive Global Illumination using Fast Ray Tracing// Proceedings of the 13th Eurographics Workshop on Rendering. – Pisa, Italy: Eurographics, 2002. – pp. 15 – 24.
- [105] Wald I. et al. Interactive Ray Tracing on Commodity PC clusters State of the Art and Practical Applications//Lecture Notes in Computer Science – 2003. – Volume 2790. – pp. 499 –508.
- [106] Wald I. et al. Interactive Rendering with Coherent Ray Tracing// Proceedings of the European Association for Computer Graphics 22nd Annual Conference Eurographics 2001. – Manchester, UK: Eurographics, 2001. – pp. 153 – 164.
- [107] Wald I., Benthin C., Slusallek P. Interactive Global Illumination in Complex and Highly Occluded Environments// Proceedings of the 14th Eurographics Workshop on Rendering. – Leuven, Belgium: EuroGraphics, 2003. – pp. 74 – 81.
- [108] Wald I., Günther J., Slusallek P. Balancing Considered Harmful – Faster Photon Mapping using the Voxel Volume Heuristic// The European Association for Computer Graphics 25th Annual Conference EuroGraphics 2004. – Oxford, UK: EuroGraphics, 2004. – pp.595 – 603.
- [109] Wald I., Slusallek P., Benthin C. Interactive Distributed Ray Tracing of Highly Complex Models// Proceedings of the 12th Eurographics Workshop on Rendering. – London, UK: EuroGraphics, 2001. – pp. 274 – 285.
- [110] Wald I., Slusallek P. State of the Art in Interactive Ray Tracing// In State of the Art Reports, The European Association for Computer Graphics 22nd Annual Conference EuroGraphics 2001. – Manchester, UK: EuroGraphics, 2001. – pp.21 – 42.
- [111] Wald I. Realtime Ray Tracing and Interactive Global Illumination// Doctor's thesis, Computer Graphics Group, Saarland University, Saarbrücken, Germany. – 2004. – 311 p.
- [112] Wang S.-W., Shih Z.-C., Chang R.-C. An Efficient and Stable Ray Tracing Algorithm for Parametric Surfaces// Journal of Information Science and Engineering – 2001. – Nr.18. – pp. 541 – 561.
- [113] Whitted T. An Improved Illumination Model for Shaded Display// Communications of the ACM. – 1980. Volume 23, Issue 6, - pp. 343 – 349.
- [114] Woodward C. Ray tracing parametric surfaces by subdivision in viewing plane// Theory and practice of geometric modeling, Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA. – 1989. pp. 273 – 287.
- [115] Woop S., Schmittler J., Slusallek P. RPU: A Programmable Ray Processing Unit for Realtime Ray Tracing// ACM Transactions on Graphics (TOG). – 2005. Volume 24, Issue 3, – pp. 434 – 444.
- [116] Wright-jr. R.S., Lipchak B. OpenGL SuperBible, 3rd Edition. – Indianapolis, USA: Sams Publishing, 2004. – 1200 p.
- [117] Yang C.-G. On speeding up ray tracing of B-spline surfaces// Journal Computer Aided Design – 1987 – Volume 19, Issue 3, pp. 122-130.
- [118] Yuan F. Windows Graphics Programming: Win32 GDI and DirectDraw. – New Jersey.: Prentice Hall PT, 2000. – 1280 p.
- [119] Архангельский А.Я. Приемы программирования в Delphi на основе VCL. – М.: Бином, 2006. – 944 с.
- [120] Боресков А.В. Разработка и отладка шейдеров. – СПб.: БХВ – Петербург, 2006. – 496 с.
- [121] Гофман В. Э., Хомоненко А.Д. Delphi 5 – СПб.: БХВ – Петербург, 2001. – 800 с.
- [122] Дарахвелидзе П. Г., Марков Е. П., Котенок О. А. Программирование в Delphi 5. – СПб.: БХВ – Петербург, 2001. – 784 с.

- [123] Дякин В.Н., Матвейкин В.Г., Дмитриевский Б.С. Оптимизация управления промышленным предприятием. – Тамбов: Изд-во ТГТУ - Тамбов, 2004. – 84 с.
- [124] Евченко А.И. OpenGL и DirectX: программирование графики. Для профессионалов. – СПб.: Питер, 2006. – 350 с.
- [125] Краснов М.В. DirectX. Графика в проектах Delphi. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 416 с.
- [126] Краснов М.В. OpenGL. Графика в проектах Delphi. – СПб.: БХВ – Петербург, 2002. – 352 с.
- [127] Поляков А.Ю., Брусенцев В.А. Программирование графики: GDI+ и DirectX. – СПб.: БХВ – Петербург, 2005. – 368 с.
- [128] Шикин Е.В., Боресков А.В. Компьютерная графика. Динамика, реалистические изображения. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 1997. – 288 с.
- [129] Шикин Е.В., Боресков А.В. Компьютерная графика. Полигональные модели. – М.: ДИАЛОГ – МИФИ, 2000. – 464 с.